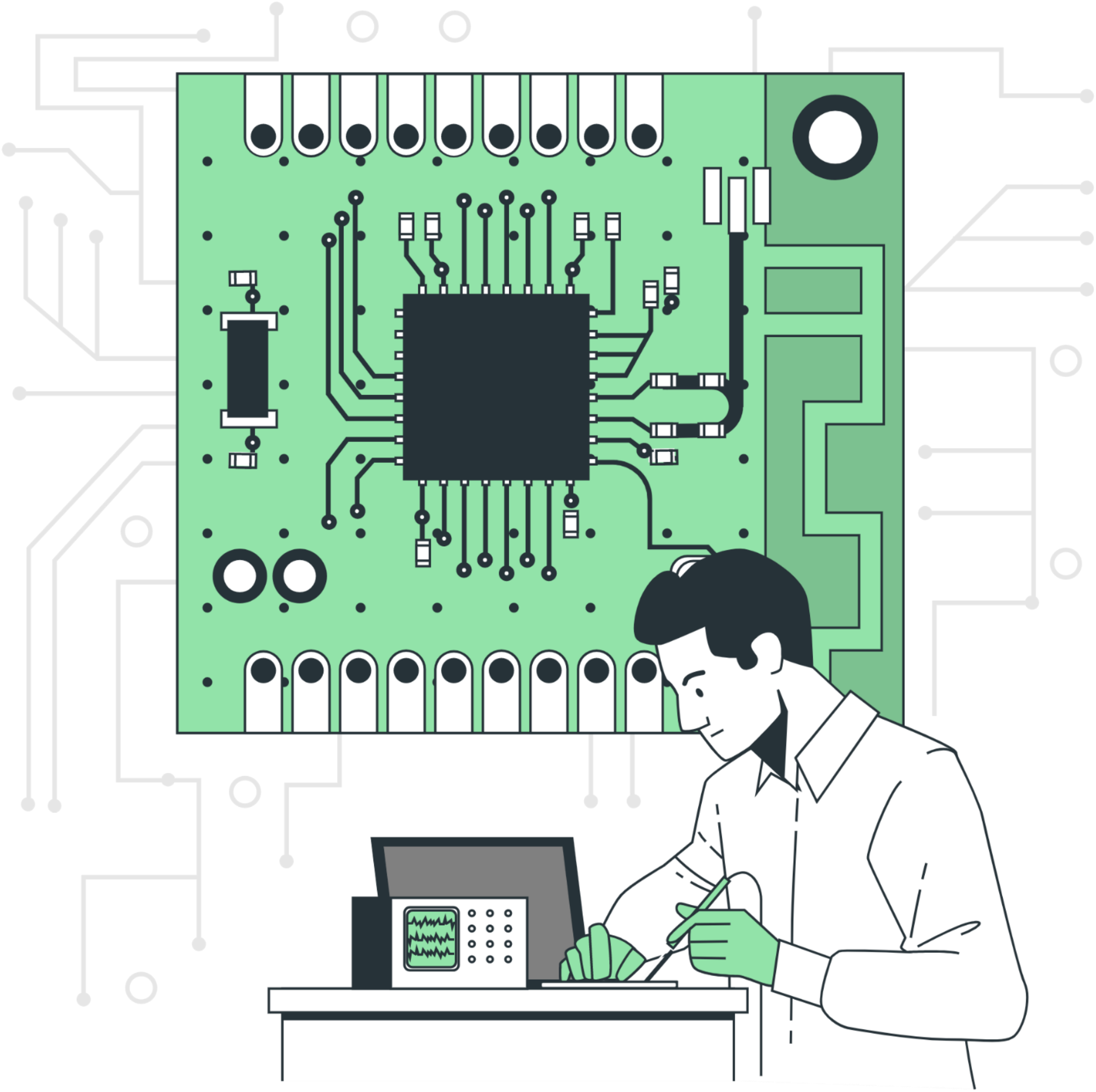


מעגלים ומערכות לינאריות

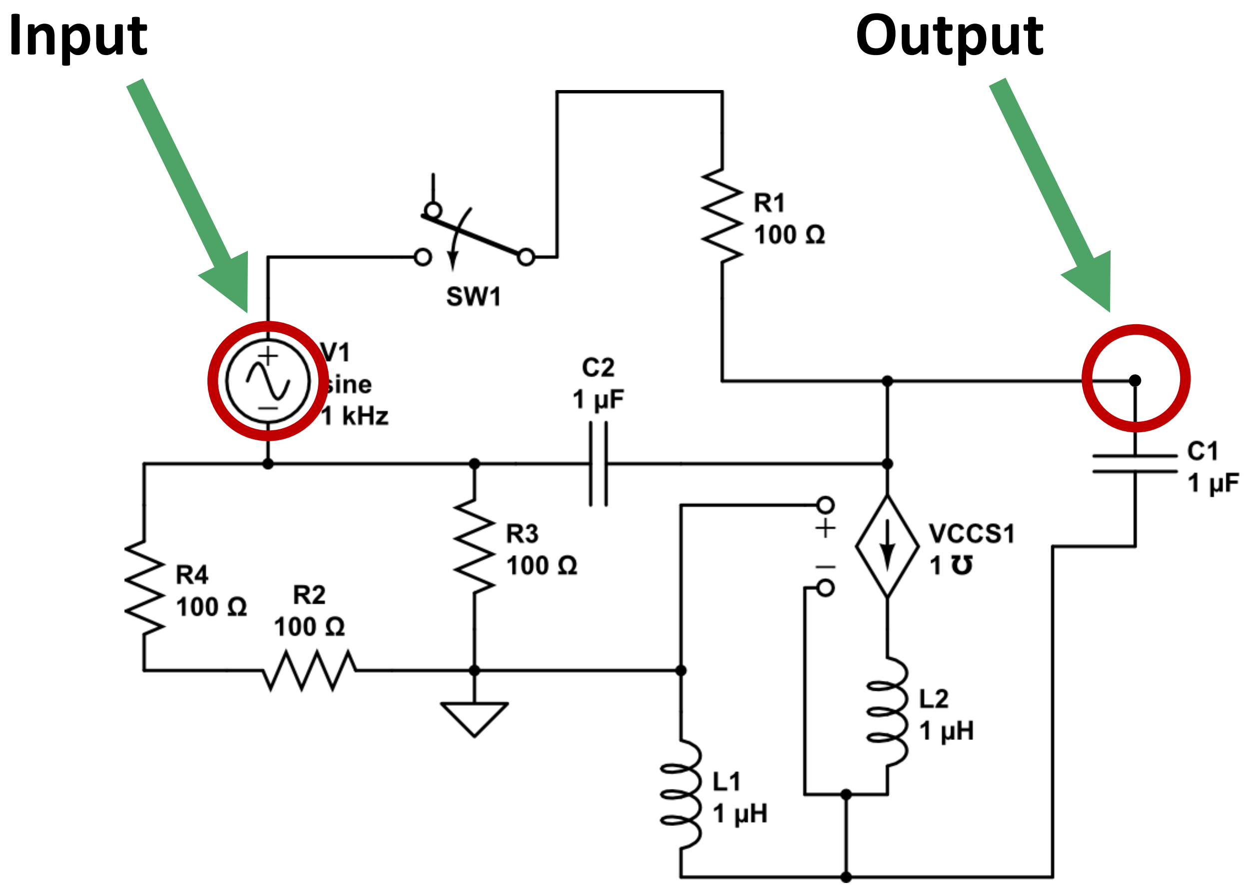
פרופ' אבישי אייל

יחידה 1 : מעגלי זרם ישר

מקטע 1.1 : מושגי יסוד במעגלים

VIRTUALTAU
פדגוגיה דיגיטלית
אוניברסיטת תל אביב

מעגל חשמלי

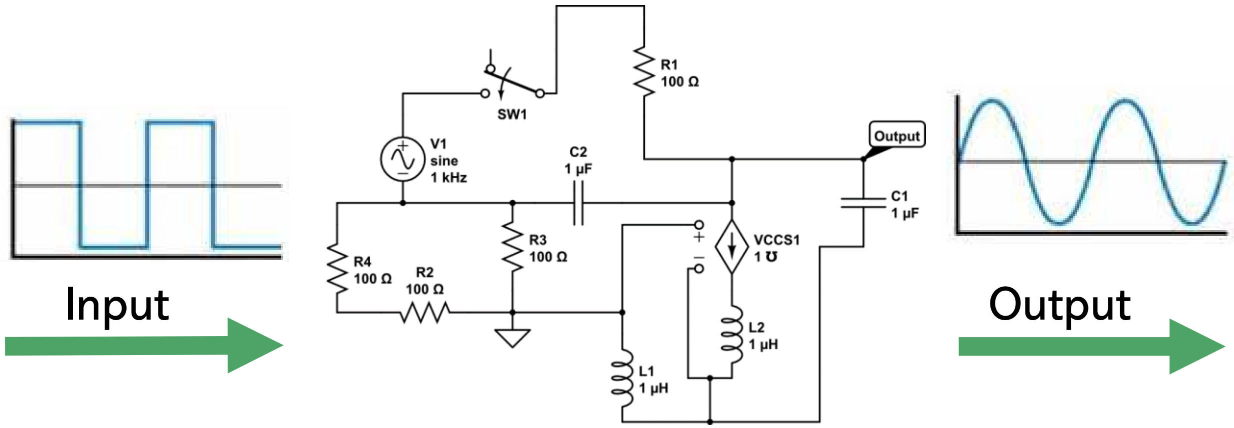

Input
Output
SW1
R1
100 Ω
V1
sine
1 kHz
C2
1 μF
C1
1 μF
R3
100 Ω
VCCS1
1 ℧
R4
100 Ω
R2
100 Ω
L2
1 μH
L1
1 μH

מטרות:

1. "לפתור את המעגל"= אנליזה

למצוא את כל הזרמים,
המתחים וההספקים במעגל

2. לתכנן את המעגל= סינתזה

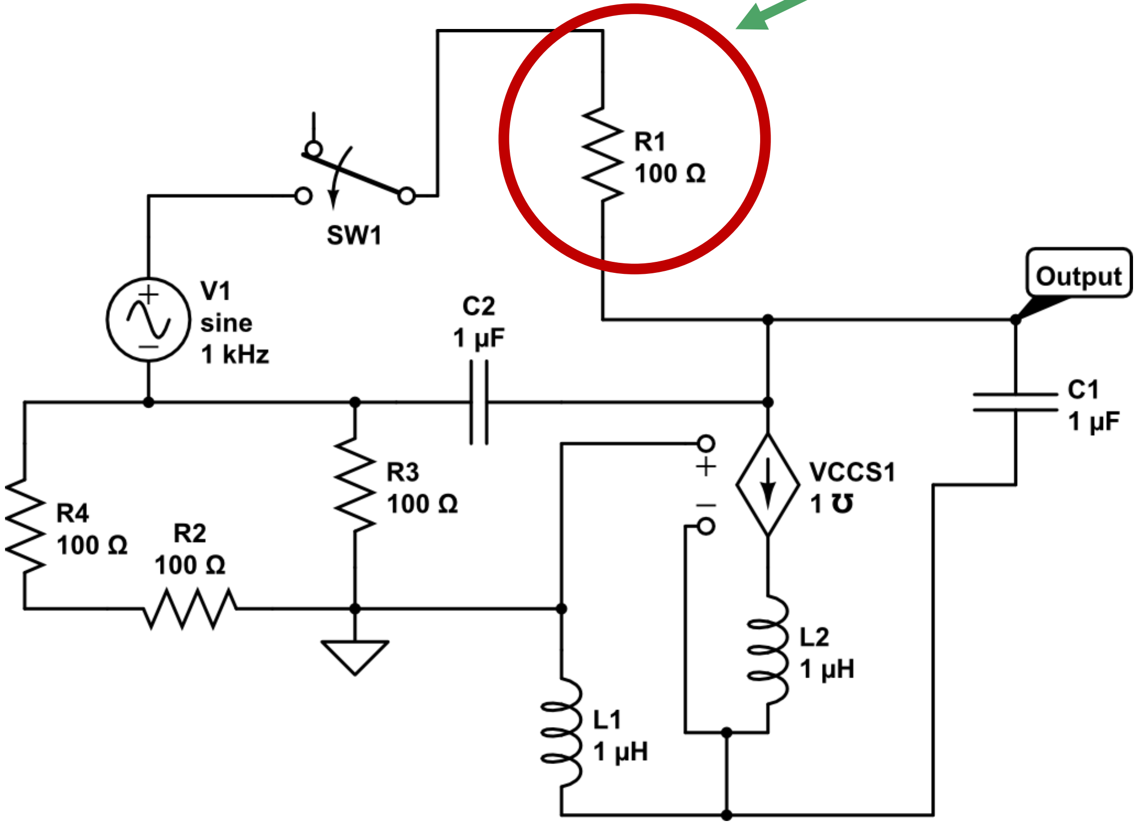


מושגי יסוד

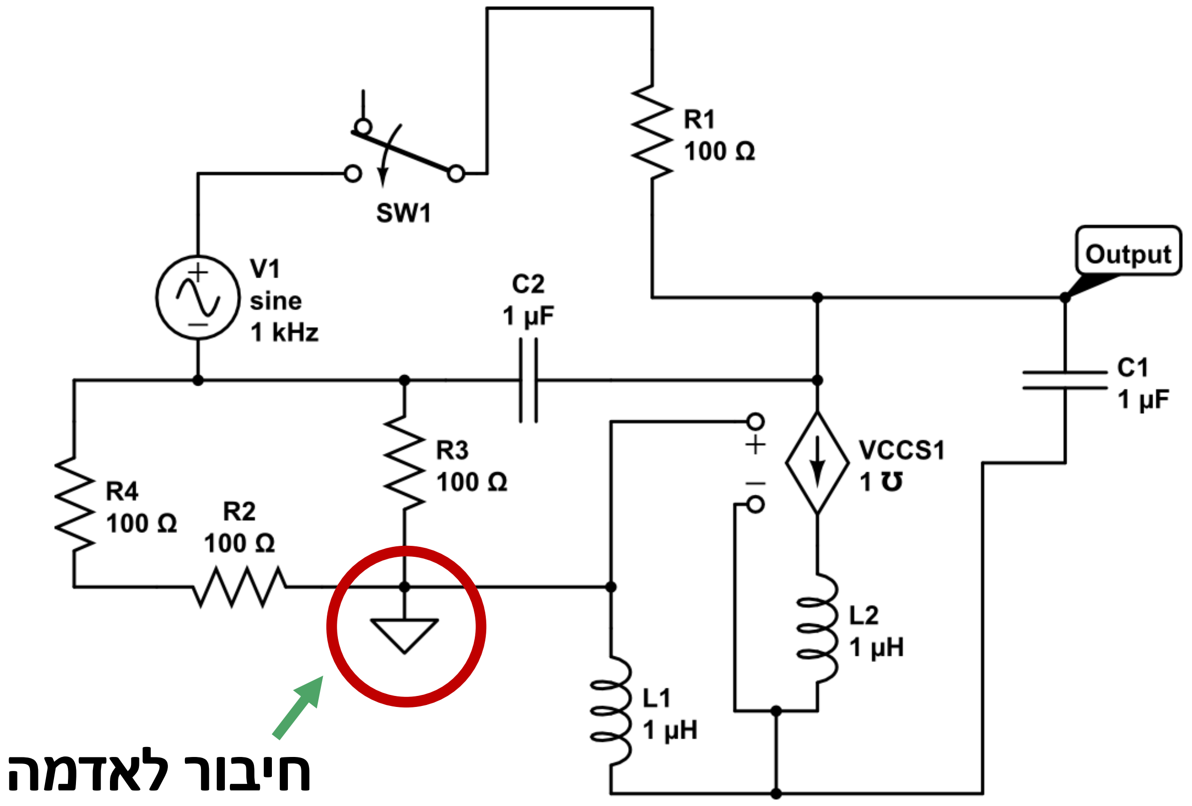
Idea illustrations by Storyset

רכיב (אלמנט)

רכיב (אלמנט)

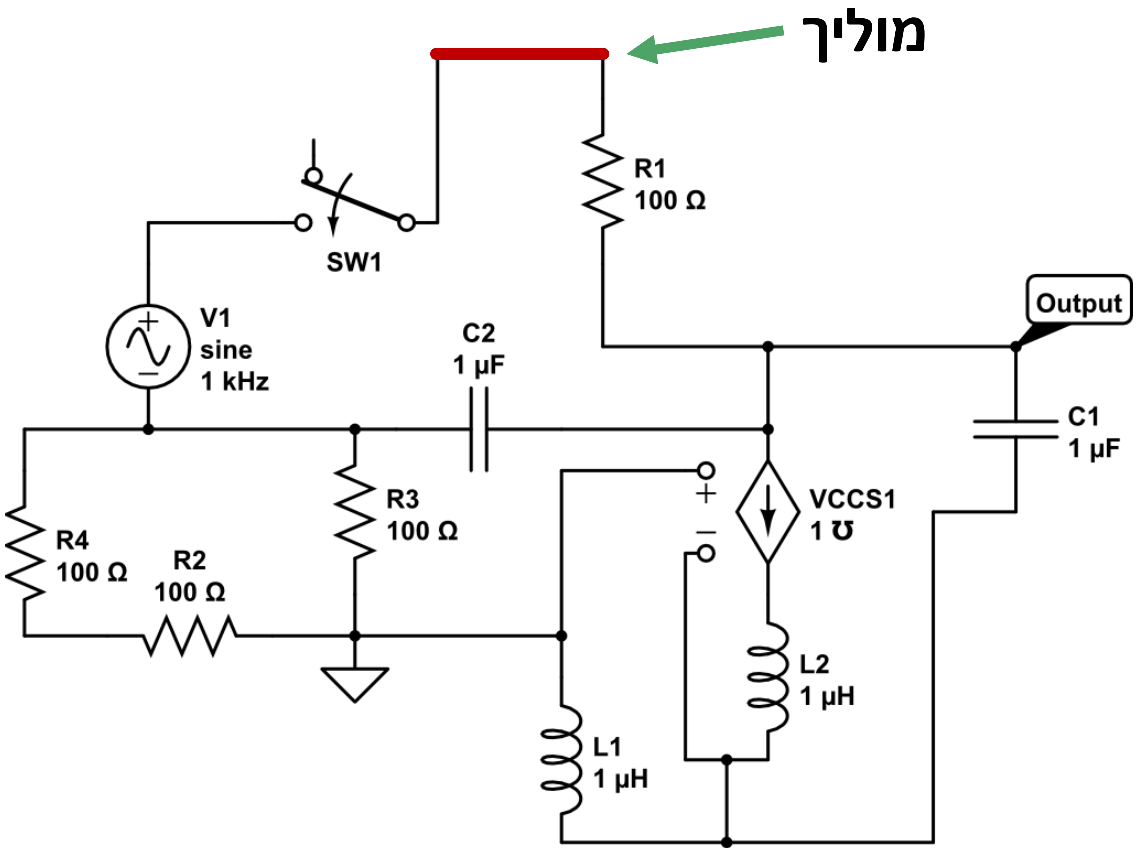


חיבור לאדמה (הארקה)



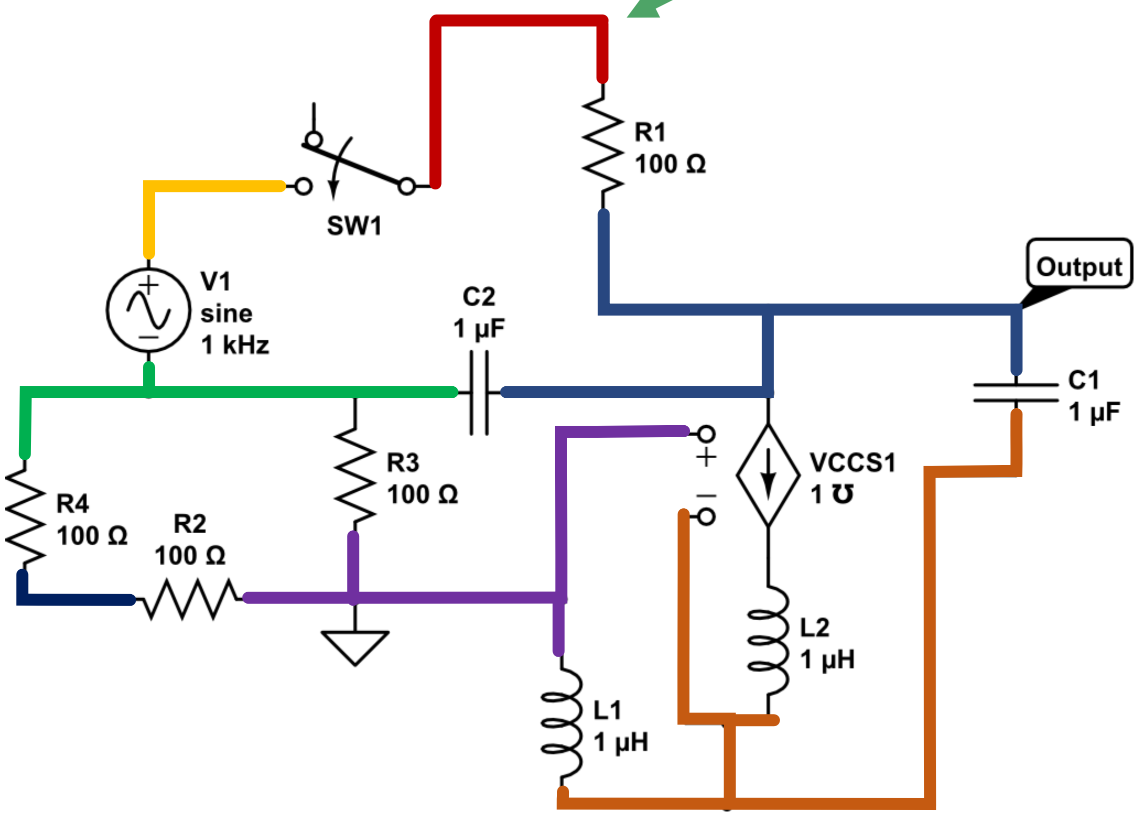
מוליך

מוליך מושלם: R = 0

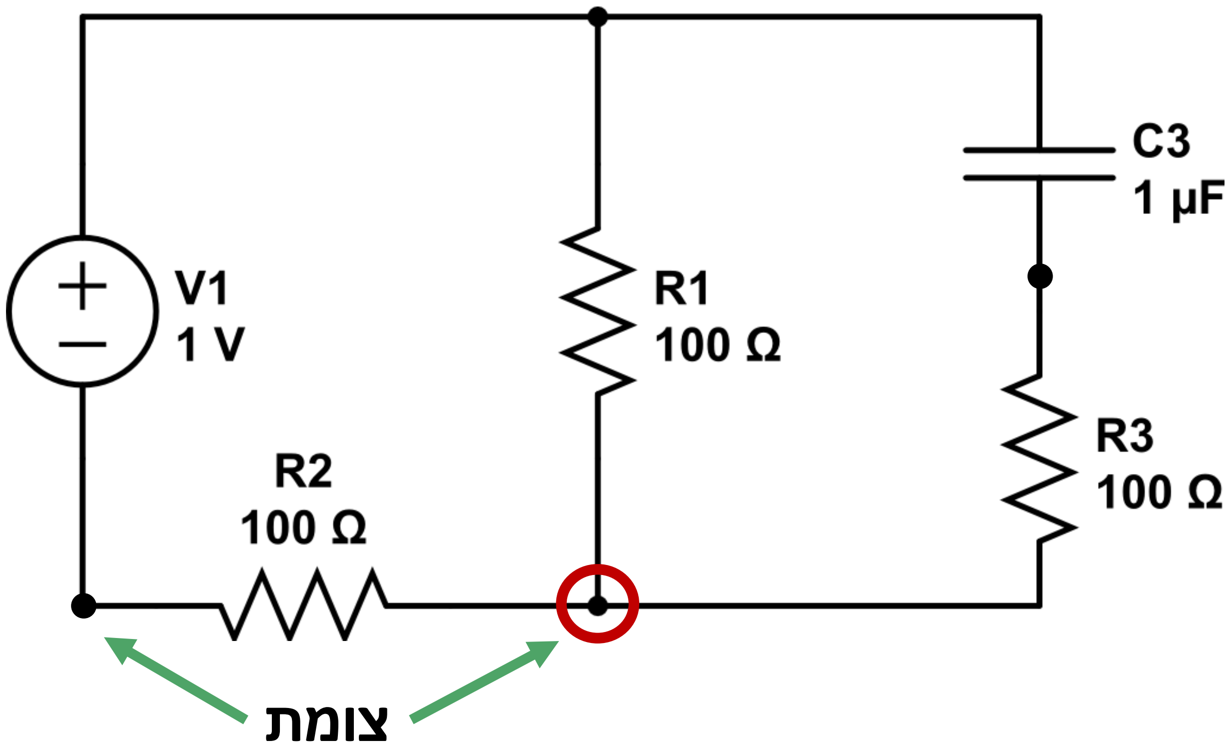


מוליך

מוליך מושלם

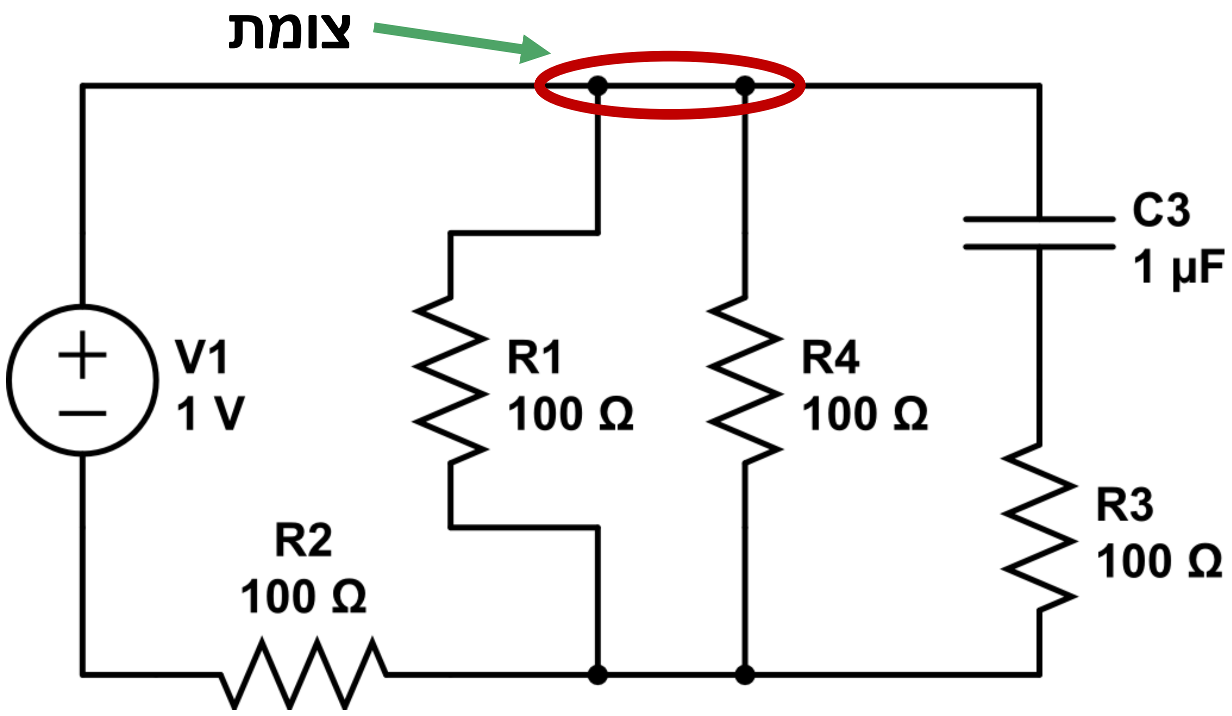


צומת

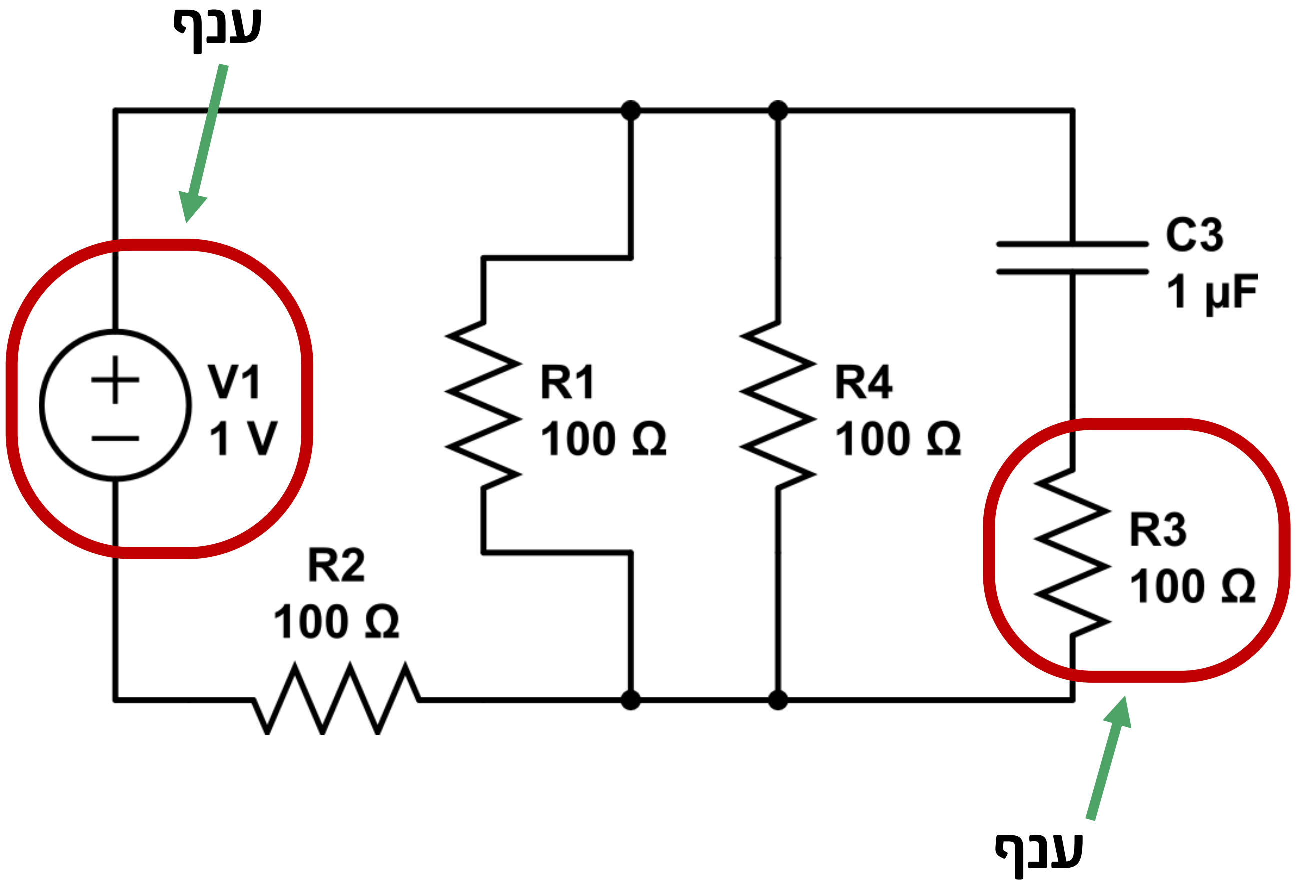


צומת: נקודת מפגש של שני אלמנטים או יותר

צומת



ענף



ענף: מקטע המחבר בין שני צמתים

ענף וצומת:
הגדרה אלטרנטיבית

צומת: נקודת מפגש של שני אלמנטים או יותר

ענף: מקטע המחבר בין שני צמתים

או

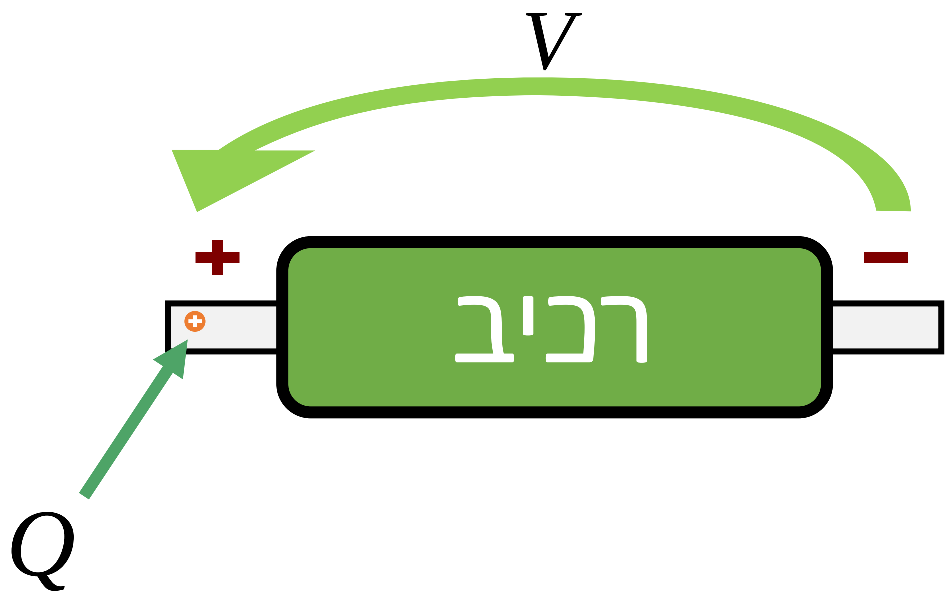
צומת: מפגש של שלושה אלמנטים או יותר

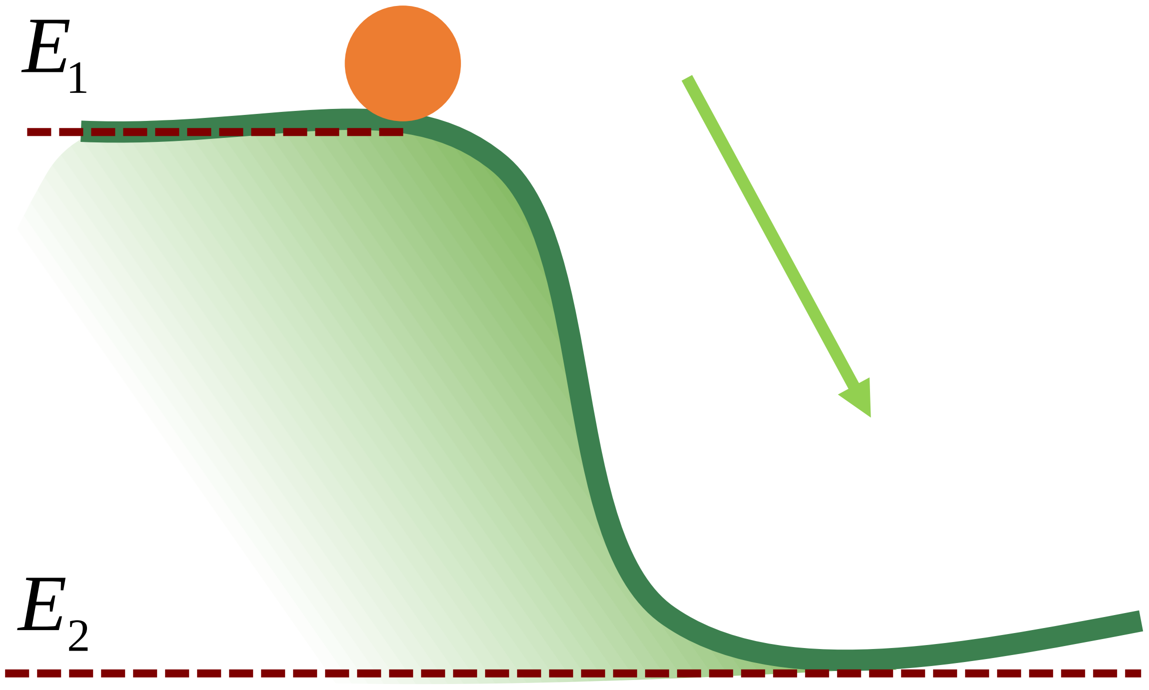
ענף: שרשור של אלמנטים, אחד או יותר,
שמחוברים זה לזה בטור

מתח חשמלי (מפל מתח) או הפרש פוטנציאלים

המתח <u>על פני</u> הרכיב:
העבודה שמבצע השדה החשמלי על מטען יחידה כשהוא עובר מההדק אחד של הרכיב להדק השני

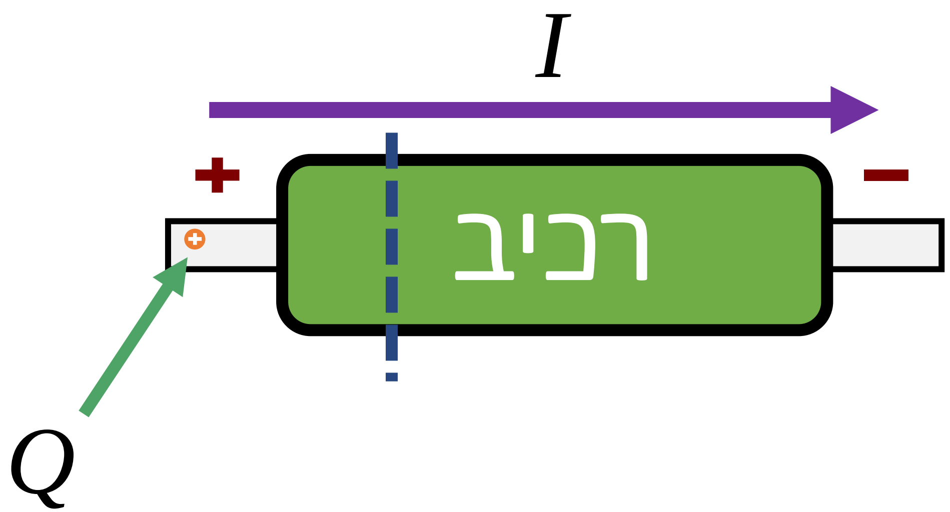
$$Volt = \frac{Joule}{Coulomb}$$




E_1
E_2

זרם חשמלי

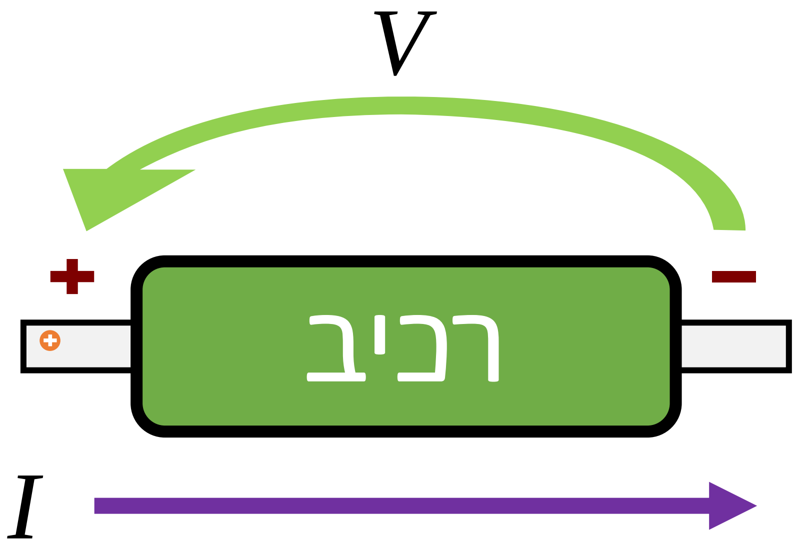
הזרם <u>דרך</u> הרכיב: כמות המטען העוברת
בחתך מסוים ליחידת זמן



$$I = \frac{dQ}{dt}$$

$$Ampere = \frac{Coulomb}{Second}$$

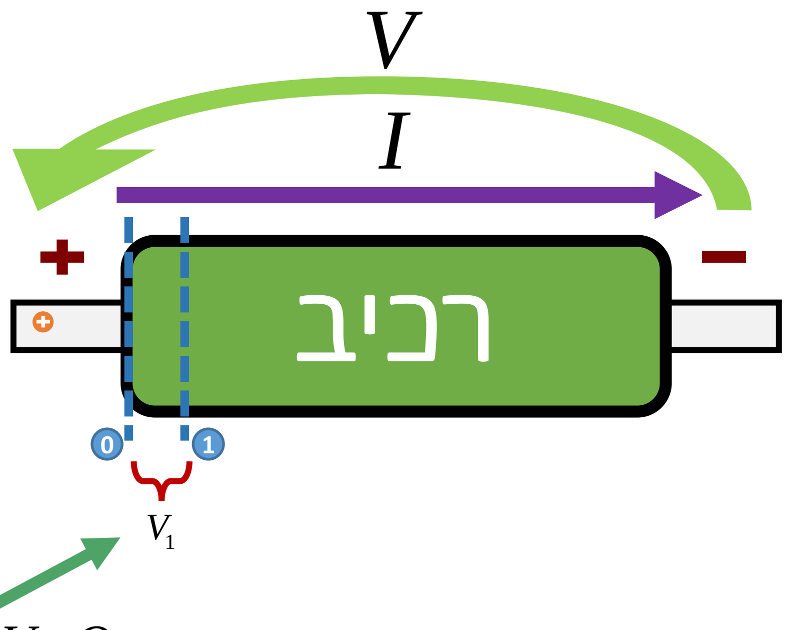
הספק חשמלי



ההספק המתבזבז/נאגר ברכיב או מסופק על ידו:
האנרגיה שמתבזבזת/נאגרת ברכיב או מסופקת למעגל על ידו ליחידת זמן

יחידות: $Watt = \frac{Joule}{Second}$

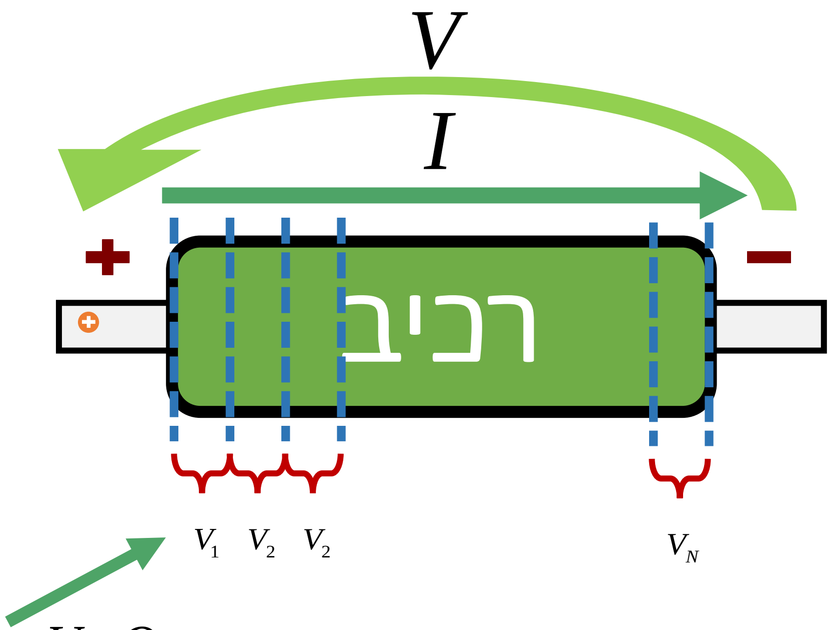
הספק חשמלי



$$P_1 = \frac{E_1}{\Delta t} = \frac{V_1 \cdot Q}{\Delta t} = V_1 \cdot I$$

נסתכל על קטע זמן קצר Δt

הספק חשמלי

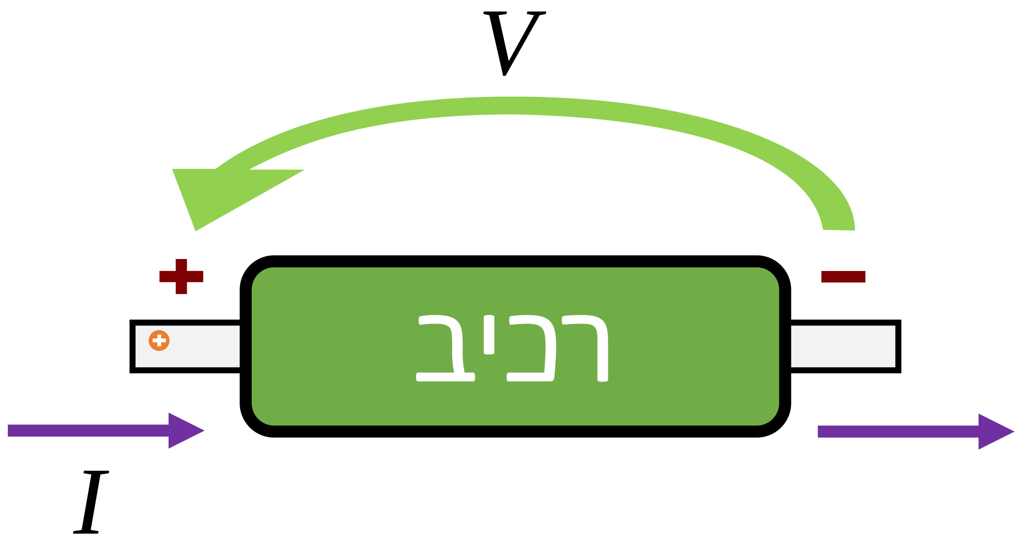


$$P_1 = \frac{E_1}{\Delta t} = \frac{V_1 \cdot Q}{\Delta t} = V_1 \cdot I \quad \Rightarrow \quad P = \left(V_1 + V_2 + \ldots + V_N\right) I = V \cdot I$$

$$Watt = \frac{Joule}{Second} = Volt \cdot Ampere$$

$$\boxed{P = V \cdot I}$$

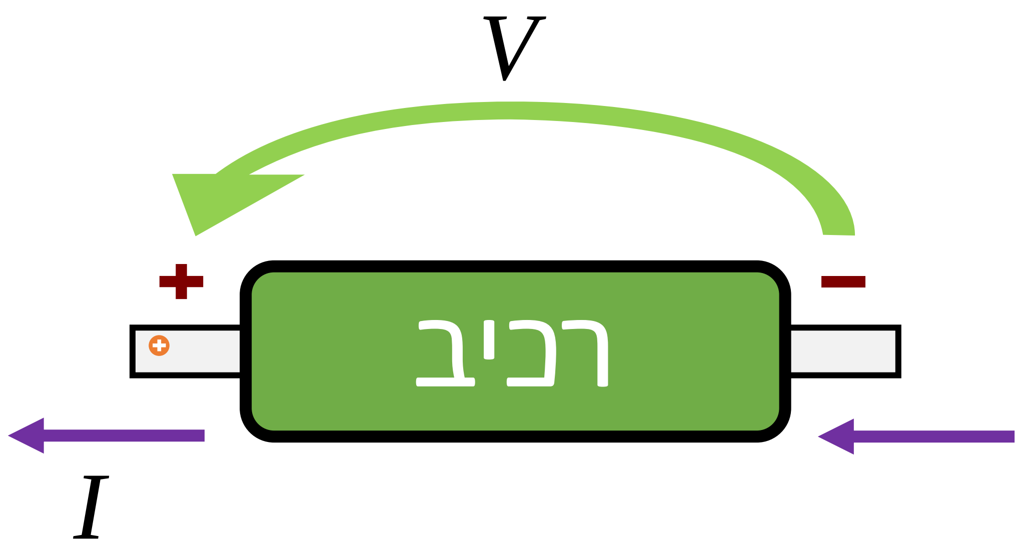
צרכן הספק



הזרם נכנס אל ההדק החיובי

$$P = V \cdot I > 0$$

מספפ הספק



הזרם יוצא מההדק החיובי

$$P = V \cdot I < 0$$

דוגמאות

נגד:

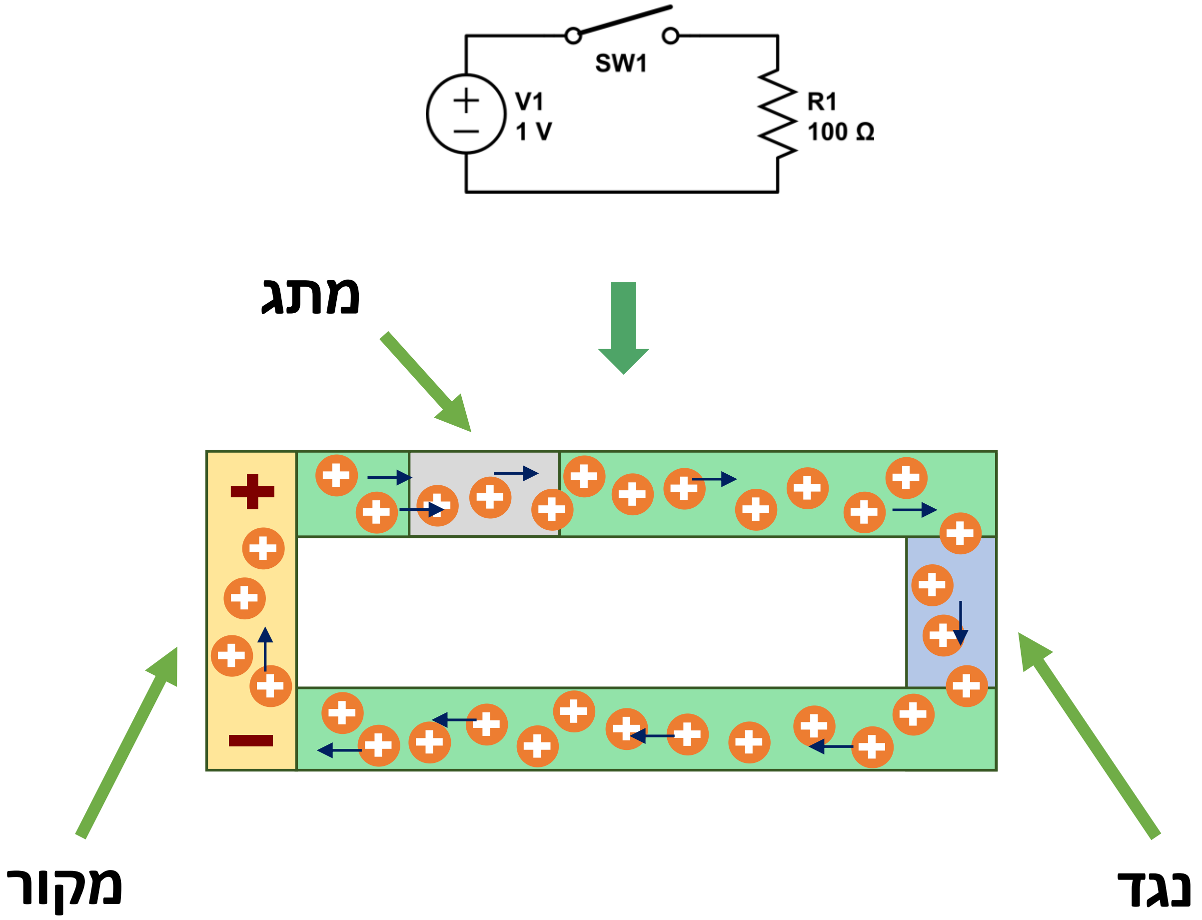
$$P = VI = I^2 R > 0$$

נגד הוא תמיד צרכן!

מקור מתח/זרם:

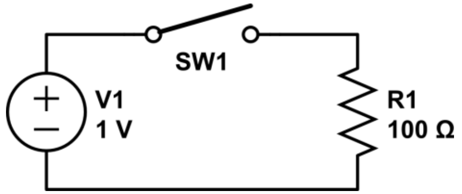
$$P = VI = \begin{cases} sign\{I\} \neq sign\{V\} & P < 0 \\ sign\{I\} = sign\{V\} & P > 0 \end{cases}$$

מעגל מקובץ ומעגל מפולג

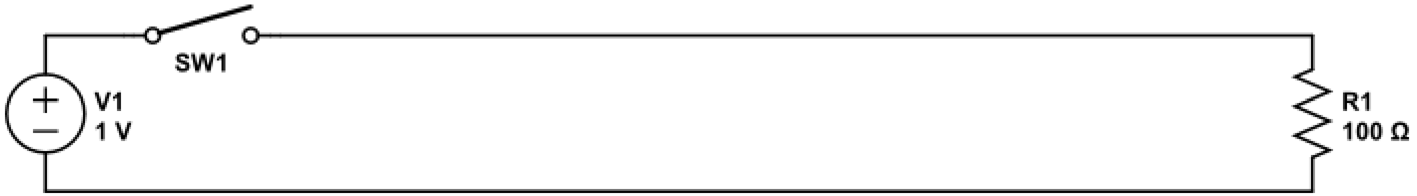


מעגל מקובץ ומעגל מפולג

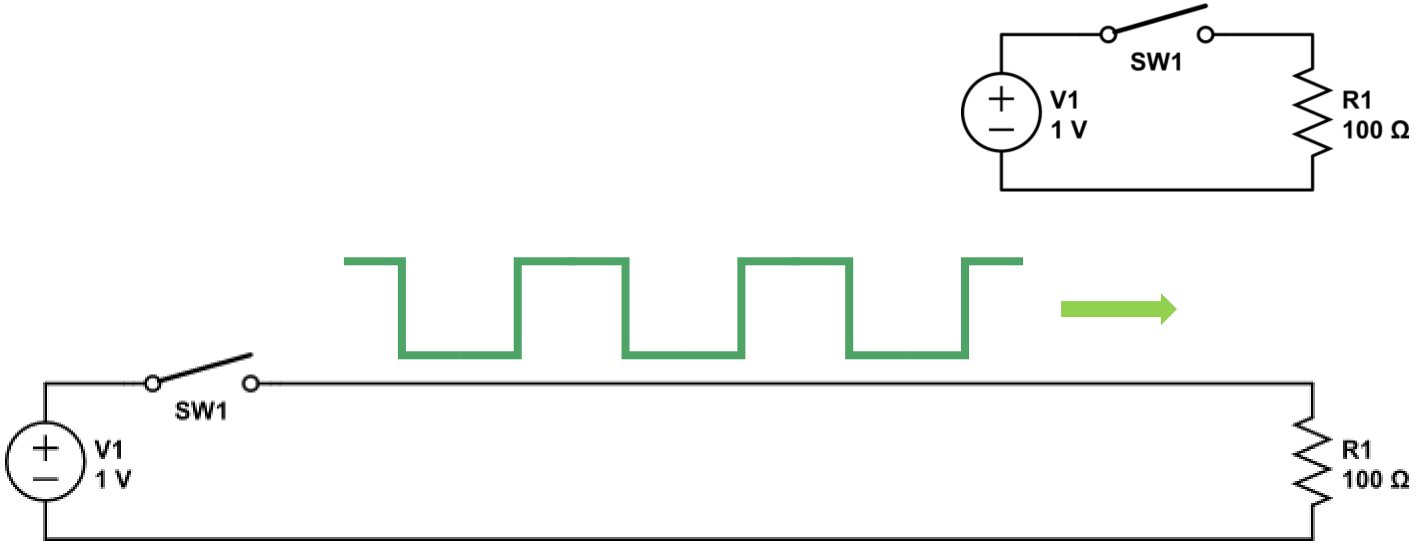
מעגל מקובץ



מעגל מפולג



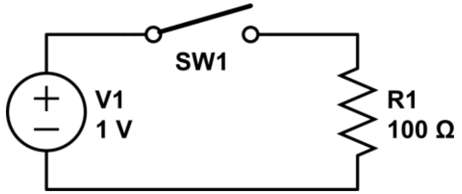
מעגל <u>מקובץ</u> ומעגל מפולג



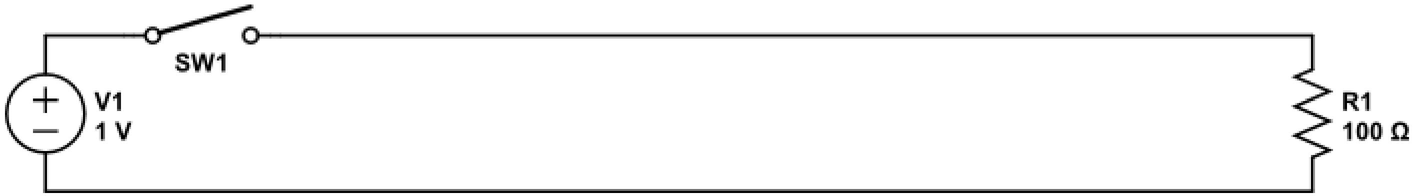
$$\lambda = \frac{C}{f} \approx \frac{2\cdot 10^8\ [m/s]}{f} = \begin{cases} 200\ \text{m} & f = 1\text{MHz} \\ 2\ \text{mm} & f = 100\,\text{GHz} \end{cases}$$

מעגל מקובץ ומעגל מפולג

מעגל מקובץ

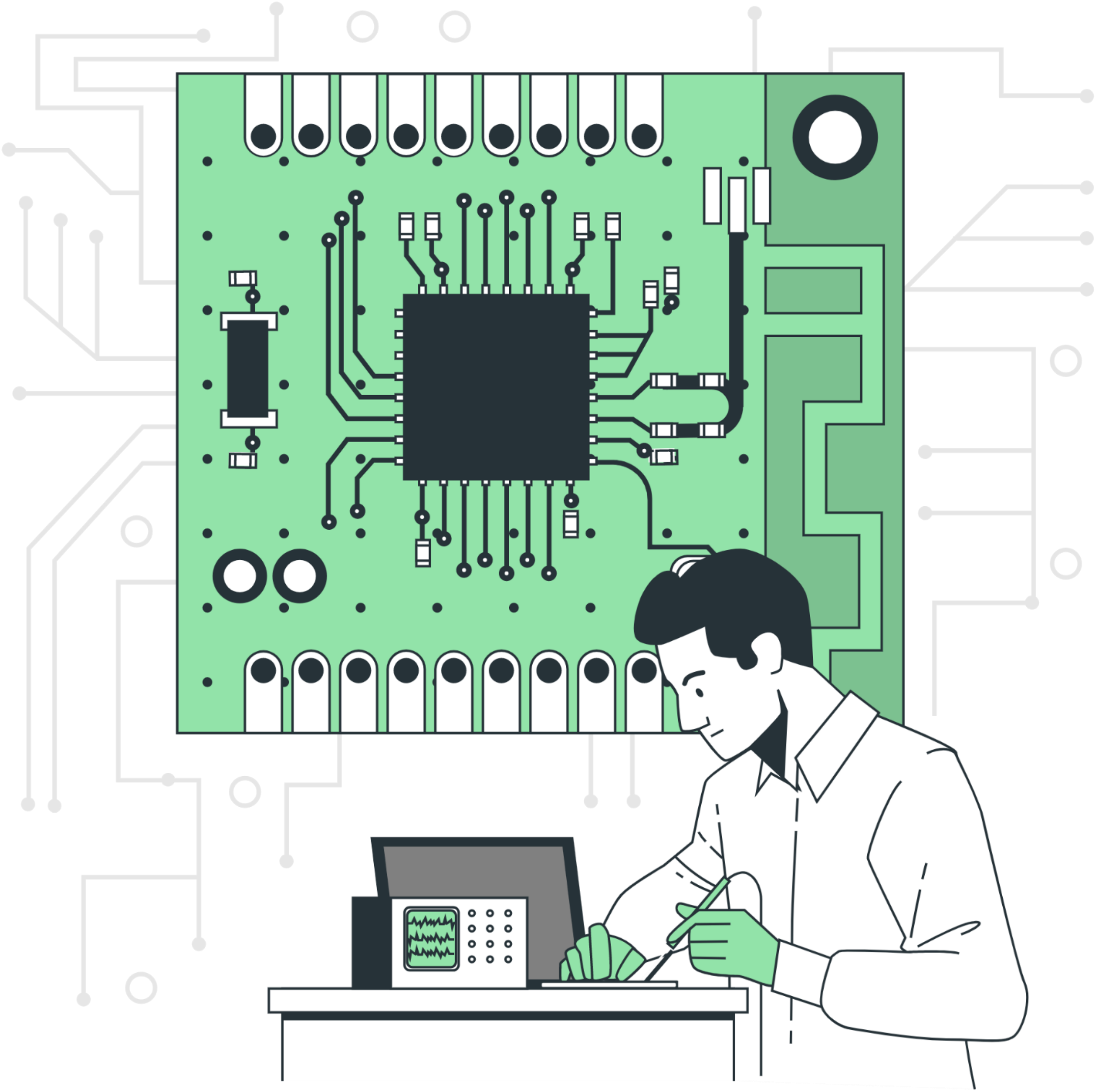


מעגל מפולג



מעגל מקובץ: מעגל שממדיו קטנים ביחס לאורכי הגל המתאימים לתדרי העבודה שלו

VIRTUALTAU
פדגוגיה דיגיטלית
אוניברסיטת תל אביב



מעגלים ומערכות ליניאריות

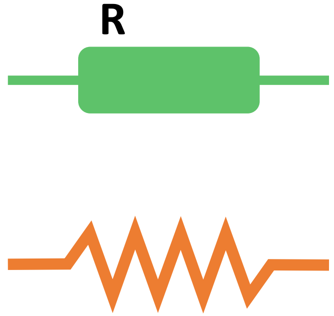
פרופ' אבישי אייל

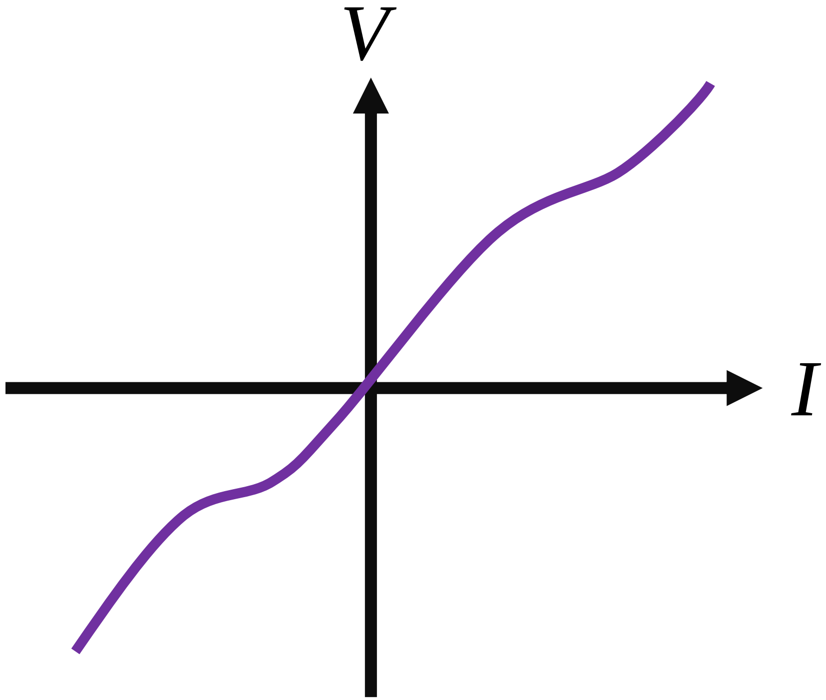
יחידה 1 : מעגלי זרם ישר

מקטע 1.2 : רכיבים בסיסיים

נגד

סימונים:

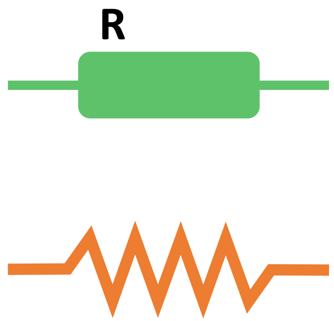


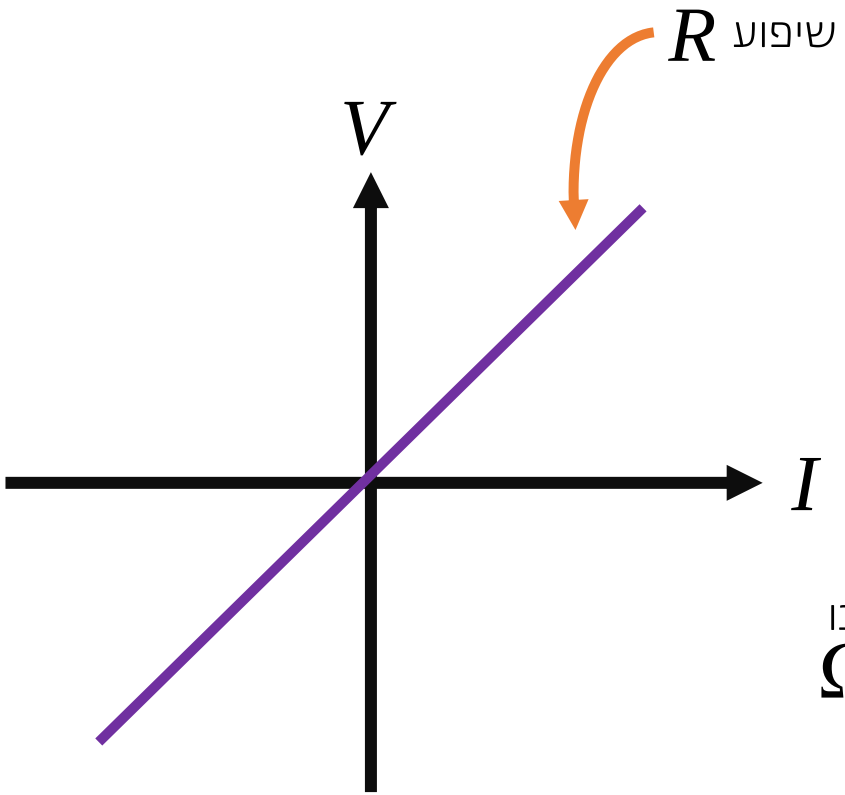


נגד ליניארי

חוק אוהם: $V = IR$

סימונים:

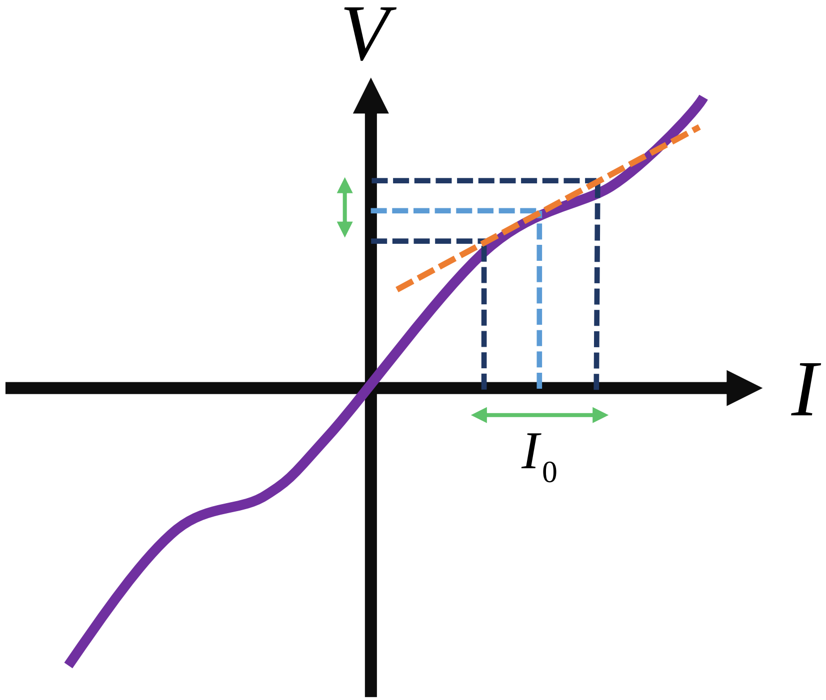


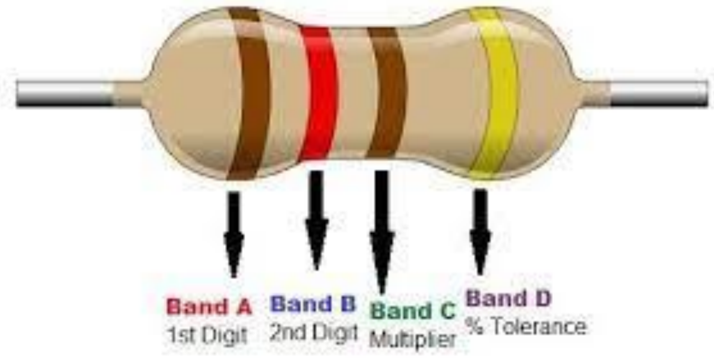


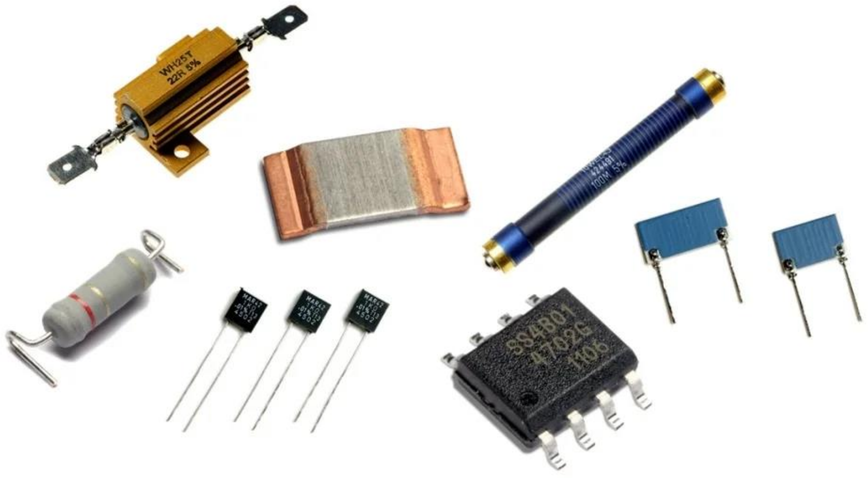
כאשר את ההתנגדות אנחנו
מודדים ב- **אוהם ohm** Ω

נגד לא לינארי - לינאריזציה

$$\tilde{R} = \left.\frac{dV}{dI}\right|_{I_0}$$




Band A
1st Digit
Band B
2nd Digit
Band C
Multiplier
Band D
% Tolerance



הספק בנגד

חוק אוהם: $V = IR$

ראינו שנגד הוא תמיד צרכן של הספק:

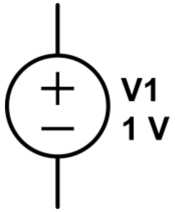
$$P = VI$$

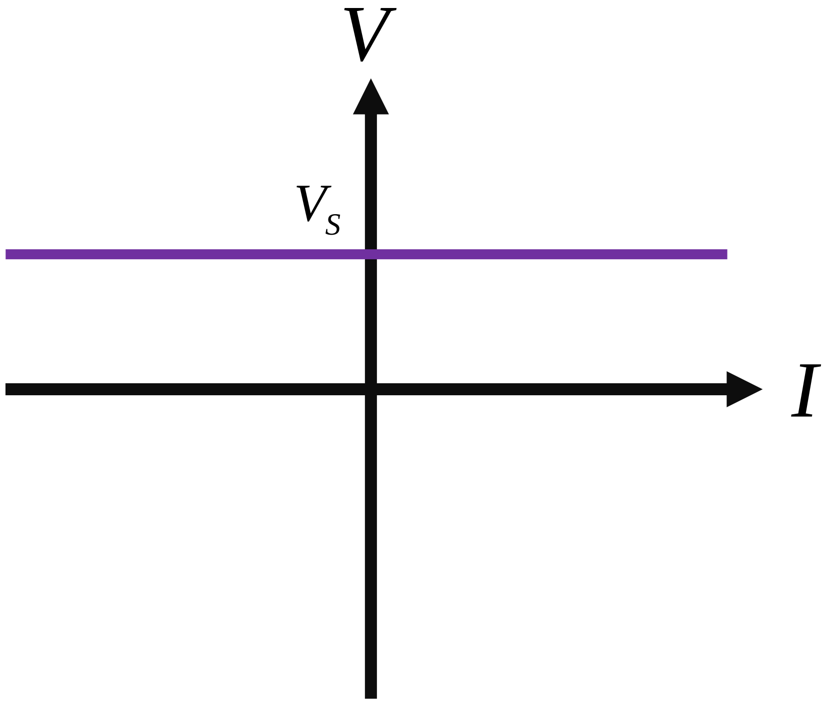
$$P = VI = I^2 R = \frac{V^2}{R} > 0$$

מקור מתח ישר (DC)

סימונים וכיוונים:

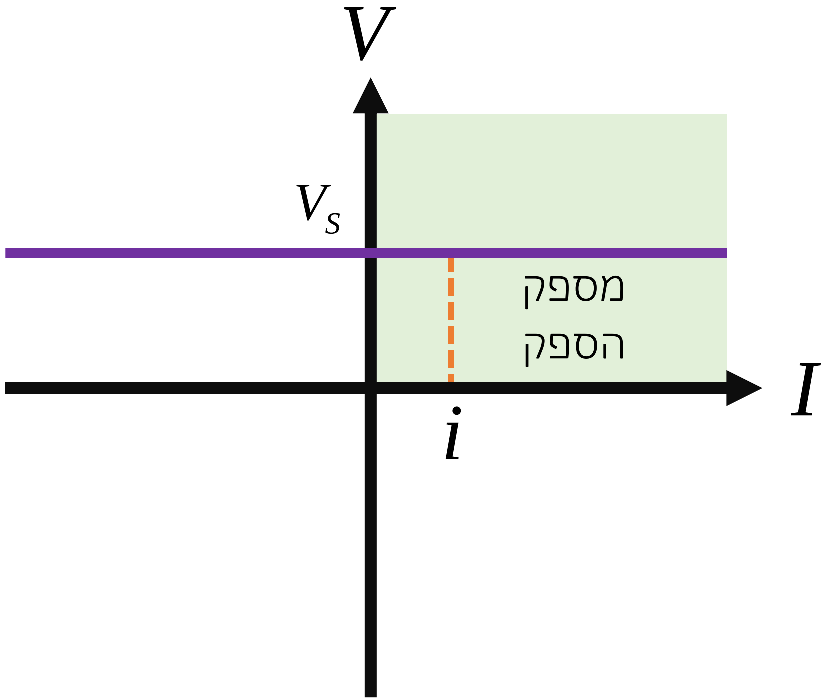
- אידיאלי
- בלתי תלוי



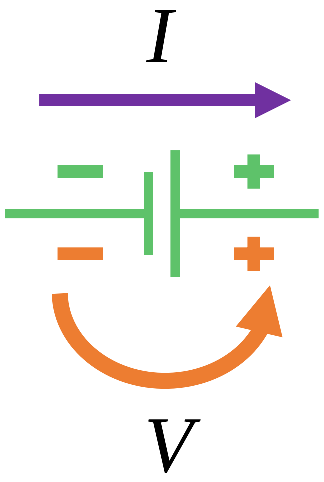


מתח קבוע $V = V_S$

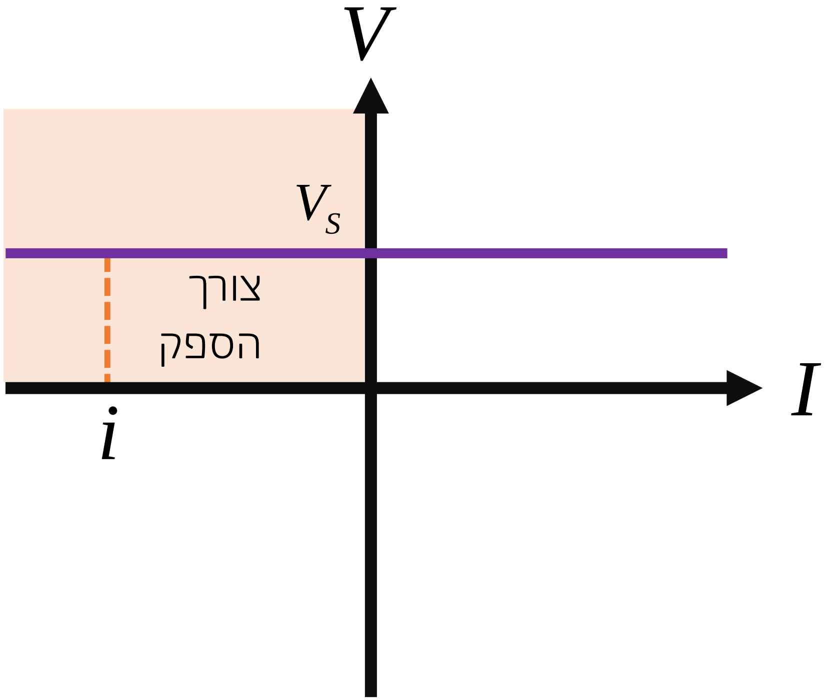
מקור מתח DC (בלתי תלוי, אידיאלי)



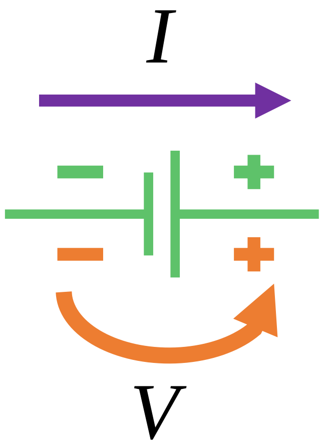
סימונים וכיוונים:



מקור מתח DC
(בלתי תלוי, אידיאלי)

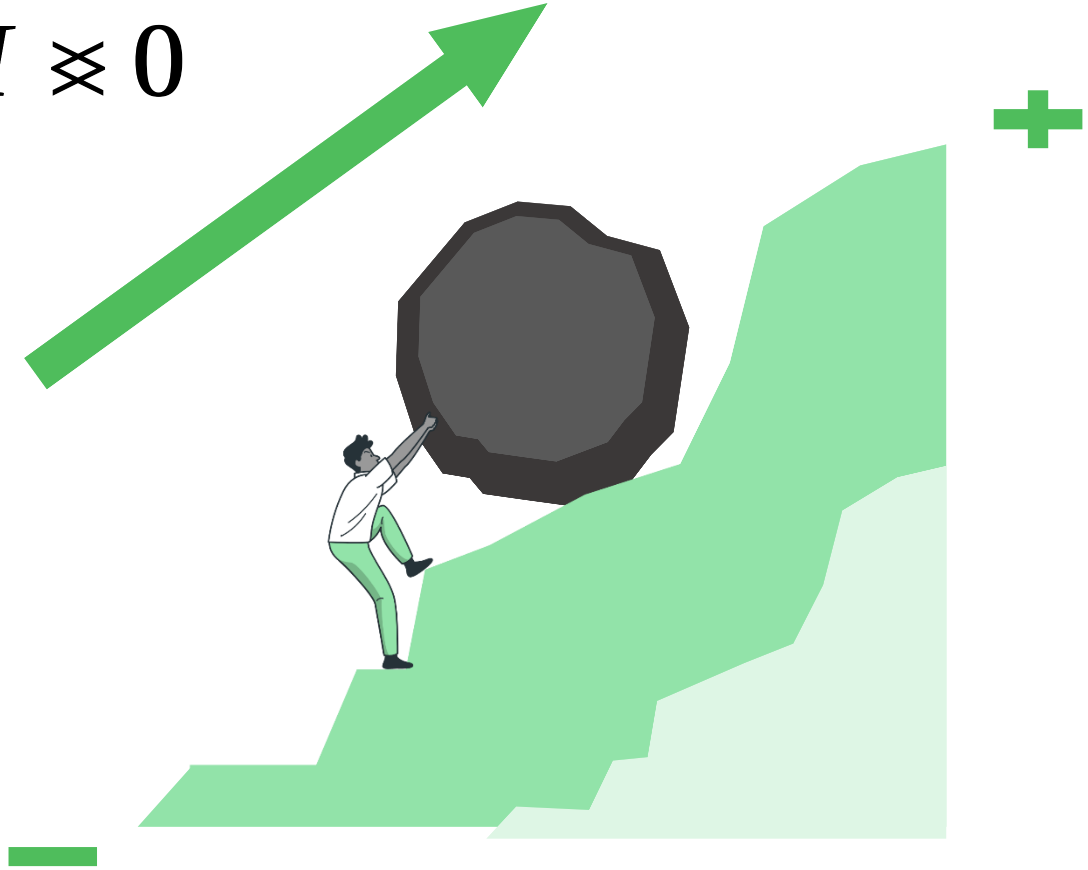


סימונים וכיוונים:



VIRTUALTAU
פדגוגיה דיגיטלית
אוניברסיטת תל אביב

$$I ⪤ 0$$



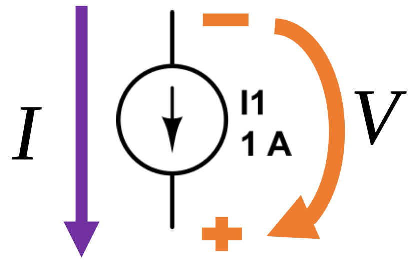
People illustrations by Storyset

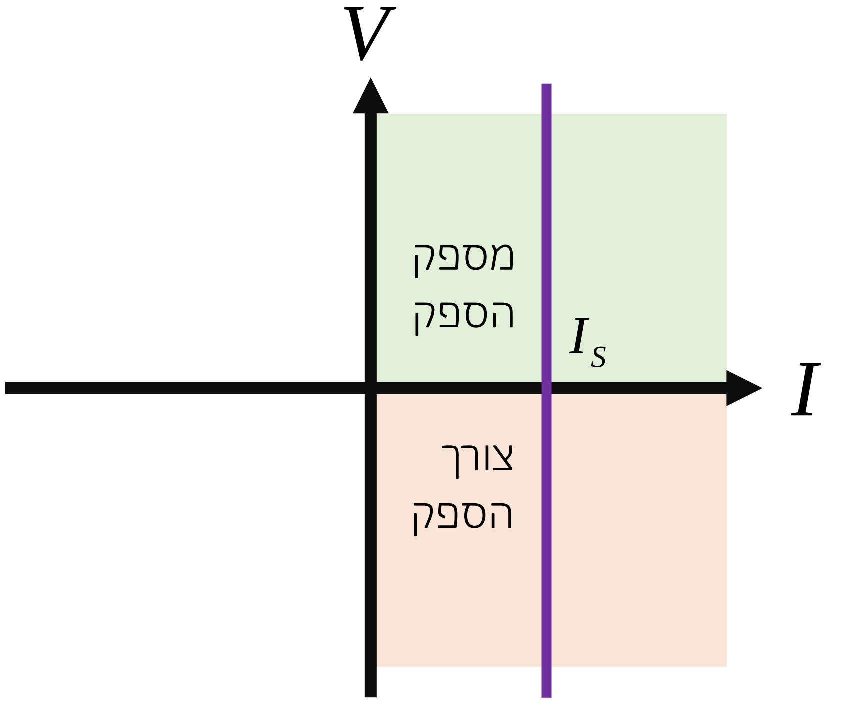
SILVER
Calcium+
שגב
Schnapp

DC POWER SUPPLY
30.0
0.00
On/Off
Voltage

מקור זרם DC (בלתי תלוי, אידיאלי)

סימונים וכיוונים:

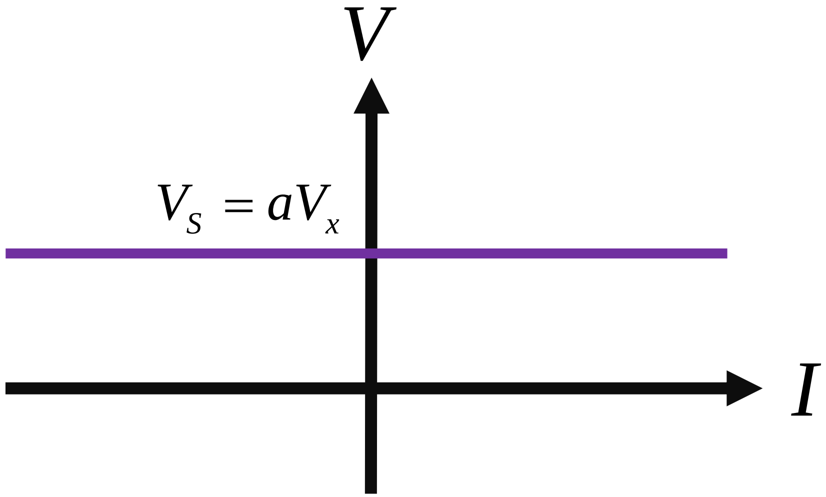


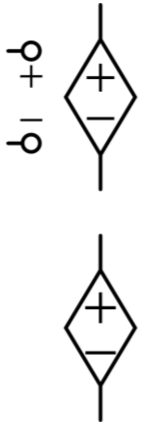


$I = I_S$ **זרם קבוע**

מקור מתח DC תלוי (אידיאלי)

סימונים וכיוונים:





מקור מתח תלוי מבוקר מתח

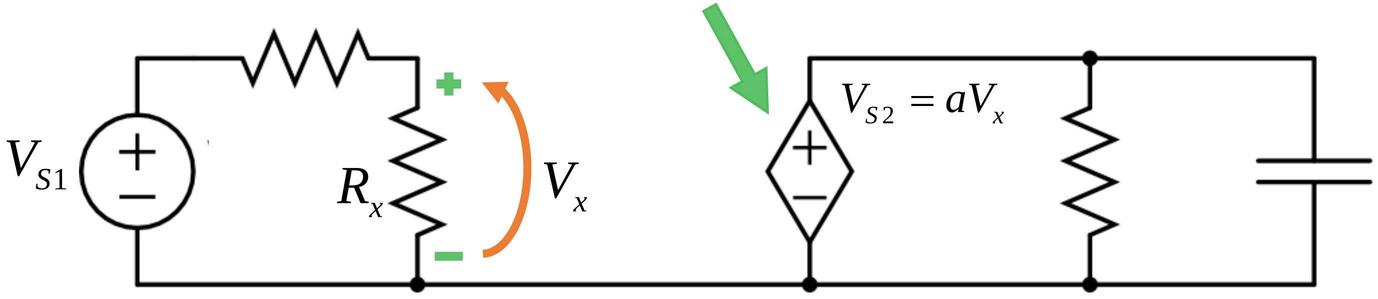
$$V = V_S = aV_x$$

a חסר יחידות

מקור מתח תלוי מבוקר זרם

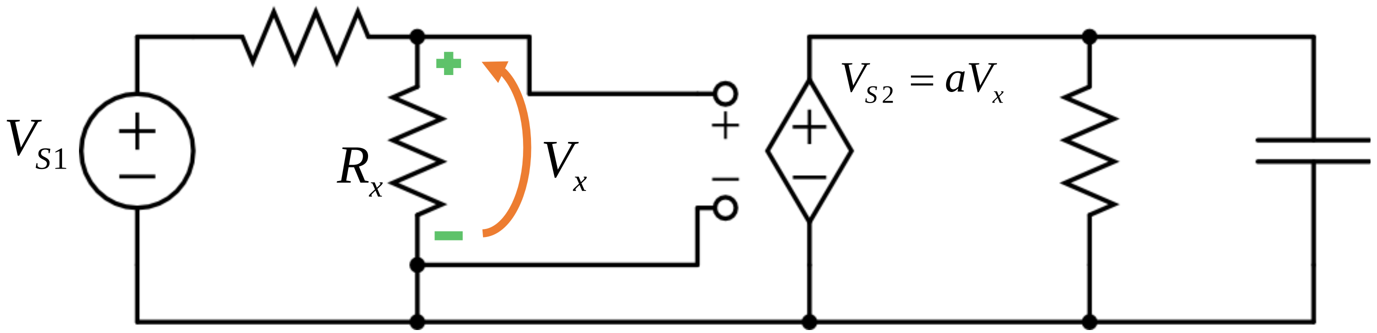
$$V = V_S = bI_x$$

b נמדד באוהמים



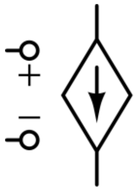
V_{S1}
R_x
+
−
V_x
$V_{S2} = aV_x$

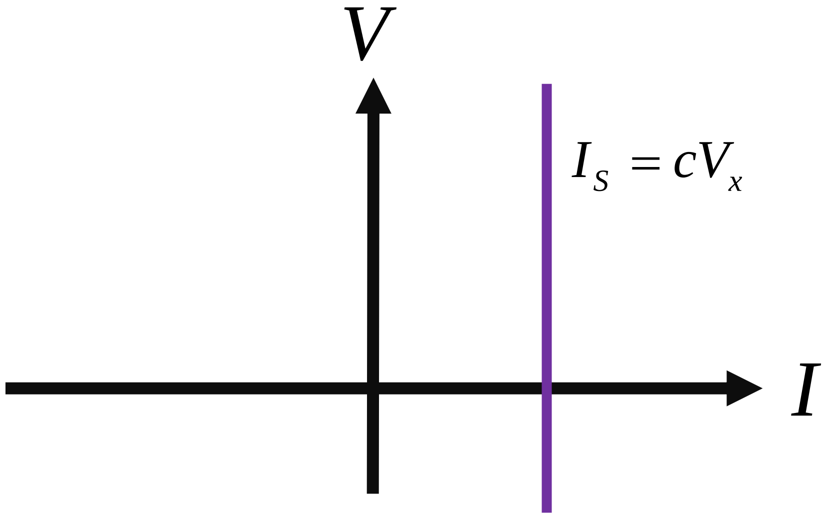
VIRTUALTAU
פדגוגיה דיגיטלית
אוניברסיטת תל אביב



מקור זרם DC תלוי (אידיאלי)

סימונים וכיוונים:





מקור זרם תלוי מבוקר מתח

$$I = I_S = cV_x$$

c נמדד ביחידות של מוליכות $\mho$

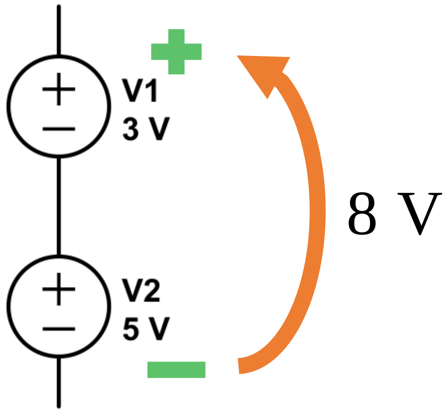
מקור זרם תלוי מבוקר זרם

$$I = I_S = dI_x$$

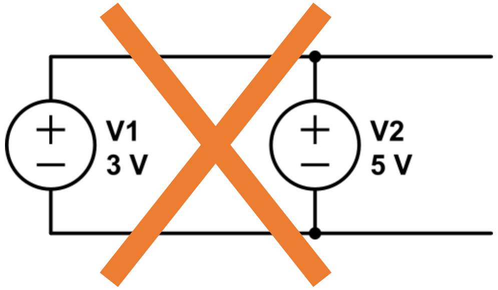
d חסר יחידות

חיבורים של מקורות מתח

חיבור בטור:

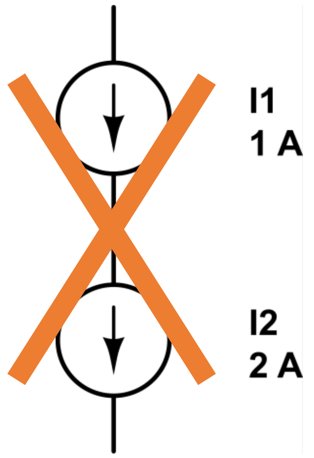


חיבור במקביל:

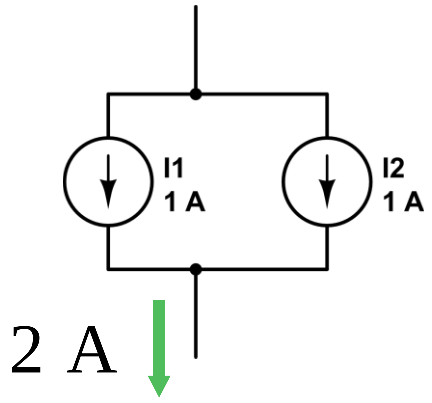


חיבורים של מקורות זרם

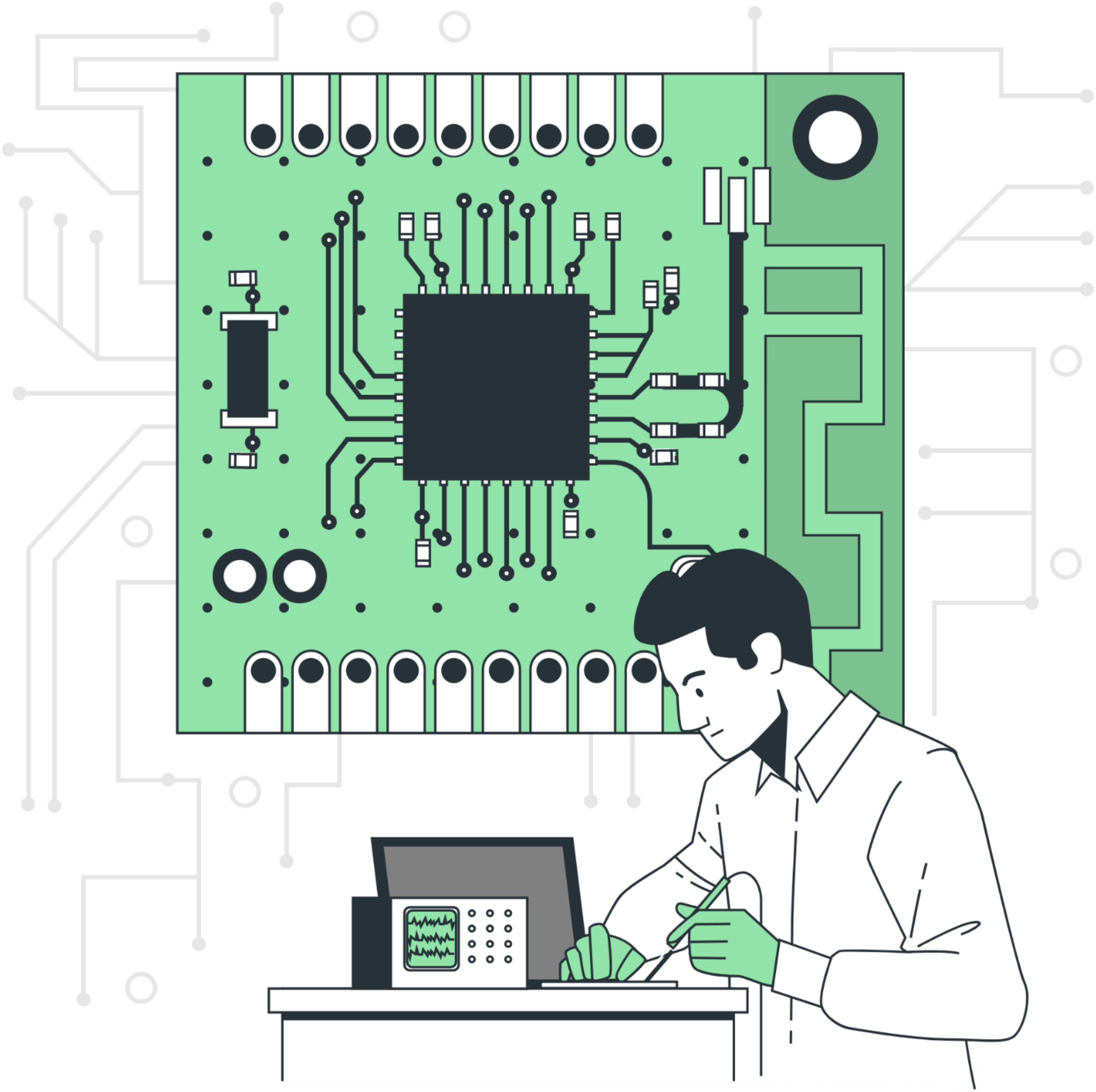
חיבור בטור:



חיבור במקביל:



VIRTUALTAU
פדגוגיה דיגיטלית
אוניברסיטת תל אביב



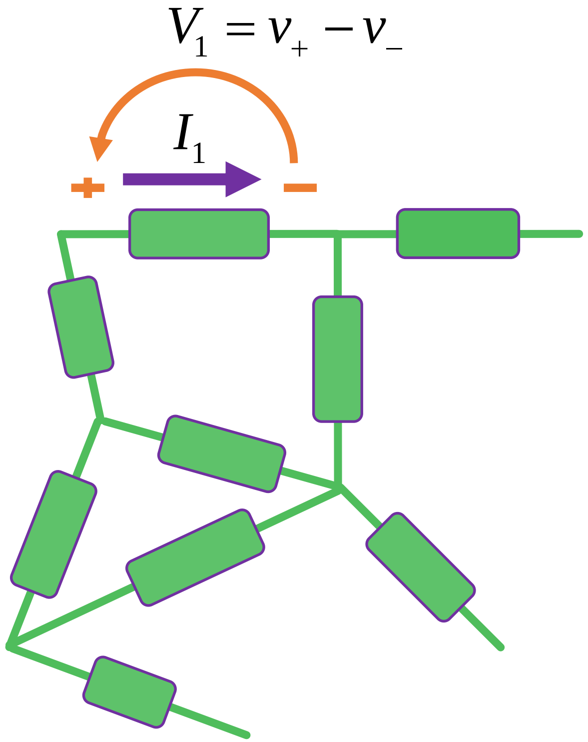
מעגלים ומערכות לינאריות

פרופ' אבישי אייל

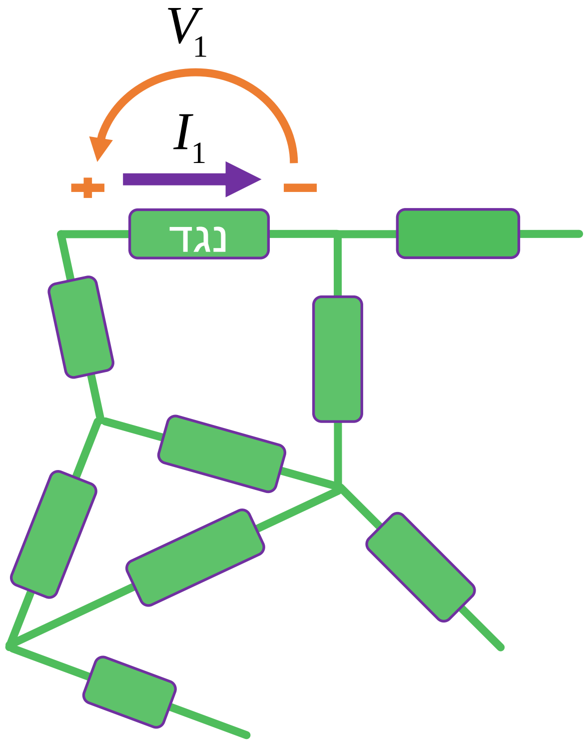
יחידה 1: מעגלי זרם ישר

מקטע 1.3: חוקי קירכהוף

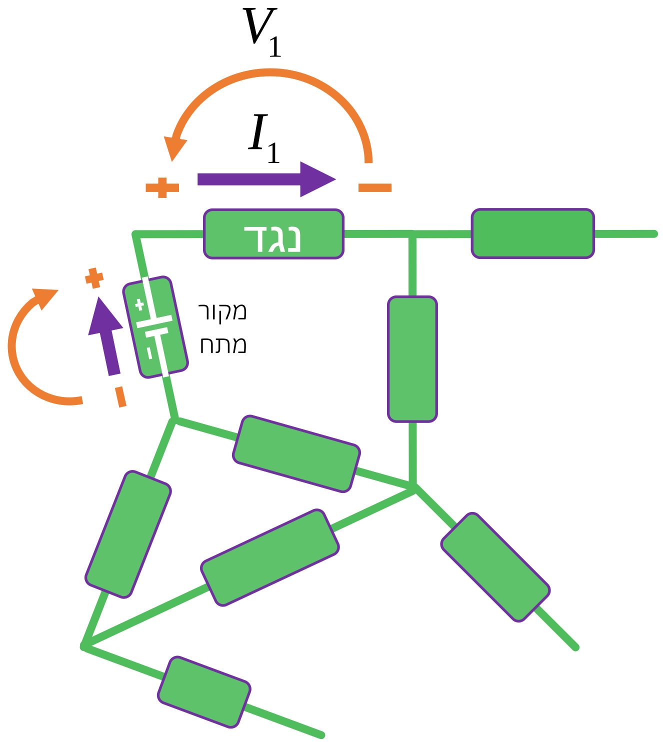
כיווני ייחוס וסימנים



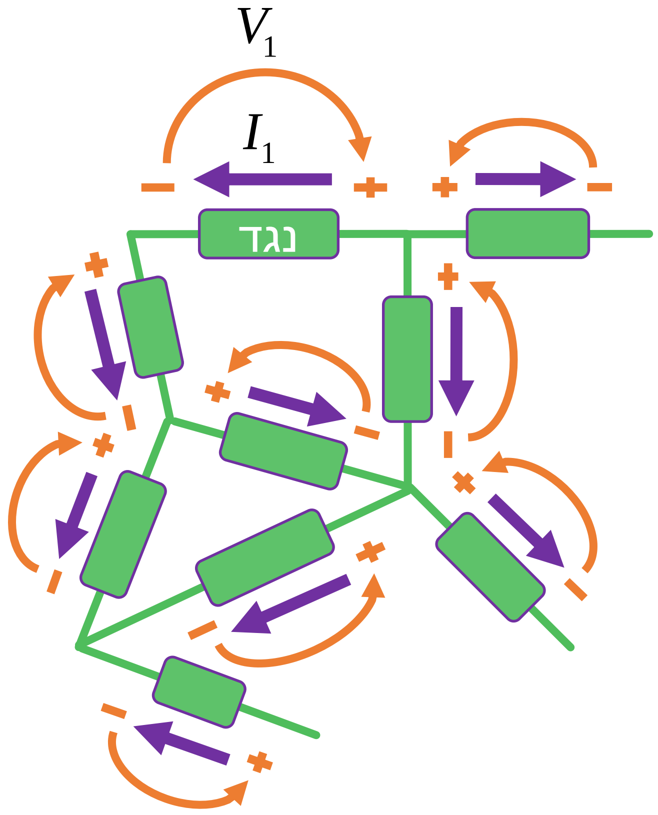
כיווני ייחוס בנגד:



כיווני ייחוס במקור מתח:

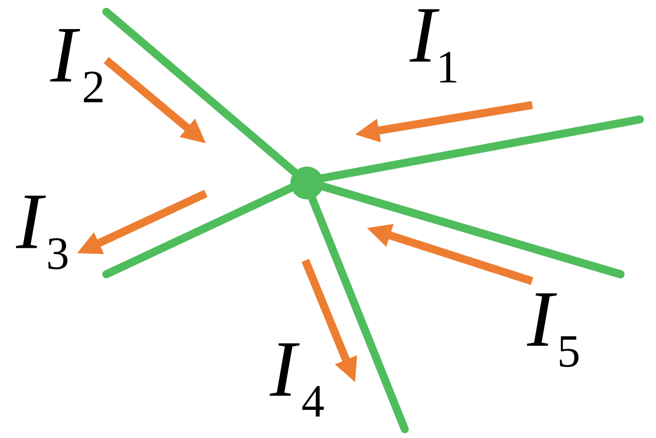


כיווני ייחוס וסימנים



חוק הזרמים של קירכהוף

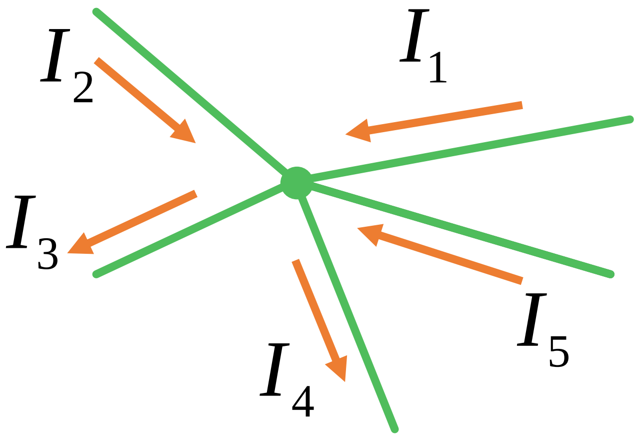
Kirchhoff Current Law - KCL



בכל מעגל מקובץ, בכל אחד מהצמתים שלו, בכל זמן, הסכום האלגברי של כל זרמי הענפים היוצאים מהצמתת הוא אפס

חוק הזרמים

Kirchhoff Current Law - KCL



סכום הזרמים הנכנסים לצומת שווה לסכום הזרמים היוצאים ממנו

$$\sum_k I_k = I_1 + I_2 - I_3 - I_4 + I_5 = 0$$

חוק הזרמים

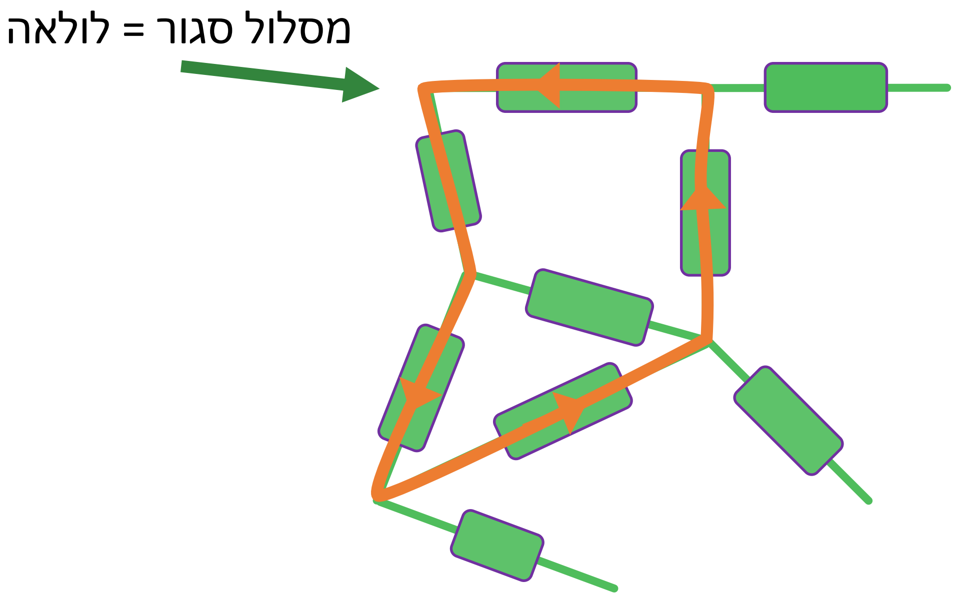
Kirchhoff Current Law - KCL

הערות:

1. החוק אינו מתקיים במעגל מפולג
2. במעגל מקובץ הוא מתקיים לכל סוגי הרכיבים
3. החוק הוא ביטוי אחר לחוק שימור המטען

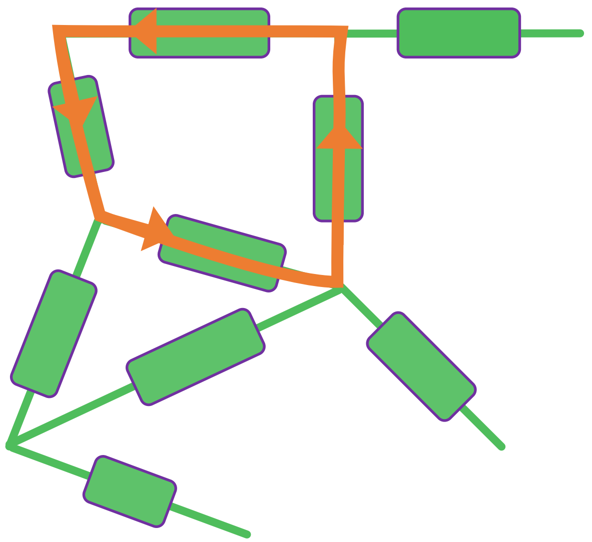
חוק המתחים של קירכהוף

Kirchhoff Voltage Law - KVL



חוק המתחים של קירכהוף

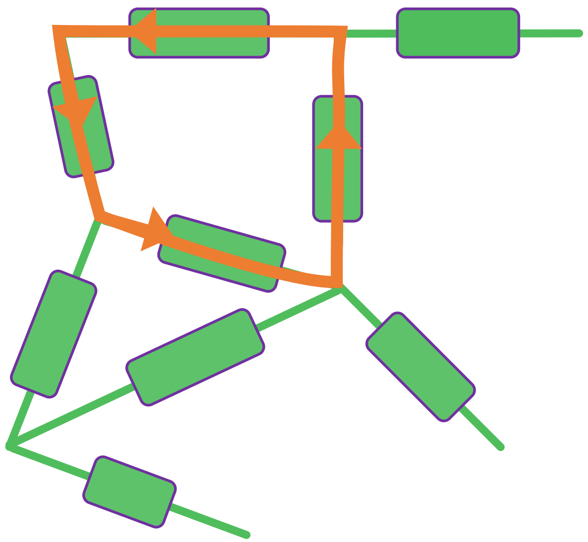
Kirchhoff Voltage Law - KVL



בכל מעגל מקובץ, בכל אחת מהלולאות שלו, בכל זמן, הסכום האלגברי של כל מתחי הענפים היוצרים את הלולאה הוא אפס

חוק המתחים של קירכהוף

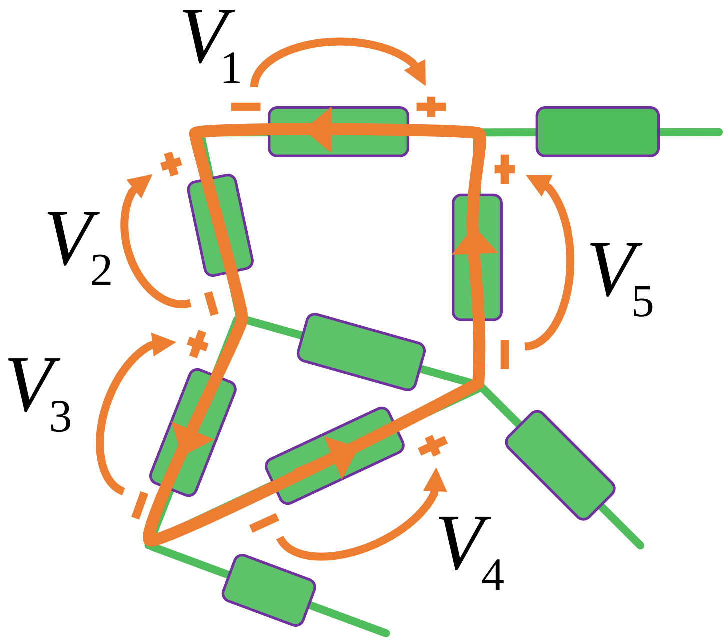
Kirchhoff Voltage Law - KVL



סכום המתחים במסלול סגור כלשהו במעגל שווה לאפס

חוק המתחים של קירכהוף

Kirchhoff Voltage Law - KVL



סכום המתחים במסלול סגור כלשהו במעגל שווה לאפס

$$\sum_k V_k = -V_1 - V_2 - V_3 + V_4 + V_5 = 0$$

חוק המתחים

Kirchhoff Voltage Law - KVL

הערות:

1. החוק אינו מתקיים במעגל מפולג
2. במעגל מקובץ הוא מתקיים לכל סוגי הרכיבים
3. החוק הוא ביטוי להיותו של השדה החשמלי, בהעדר שדה מגנטי משתנה בזמן, שדה משמר

לסיכום: חוקי קירכהוף

Kirchhoff Current Law - KCL

סכום הזרמים הנכנסים לצומת שווה לסכום הזרמים היוצאים ממנו

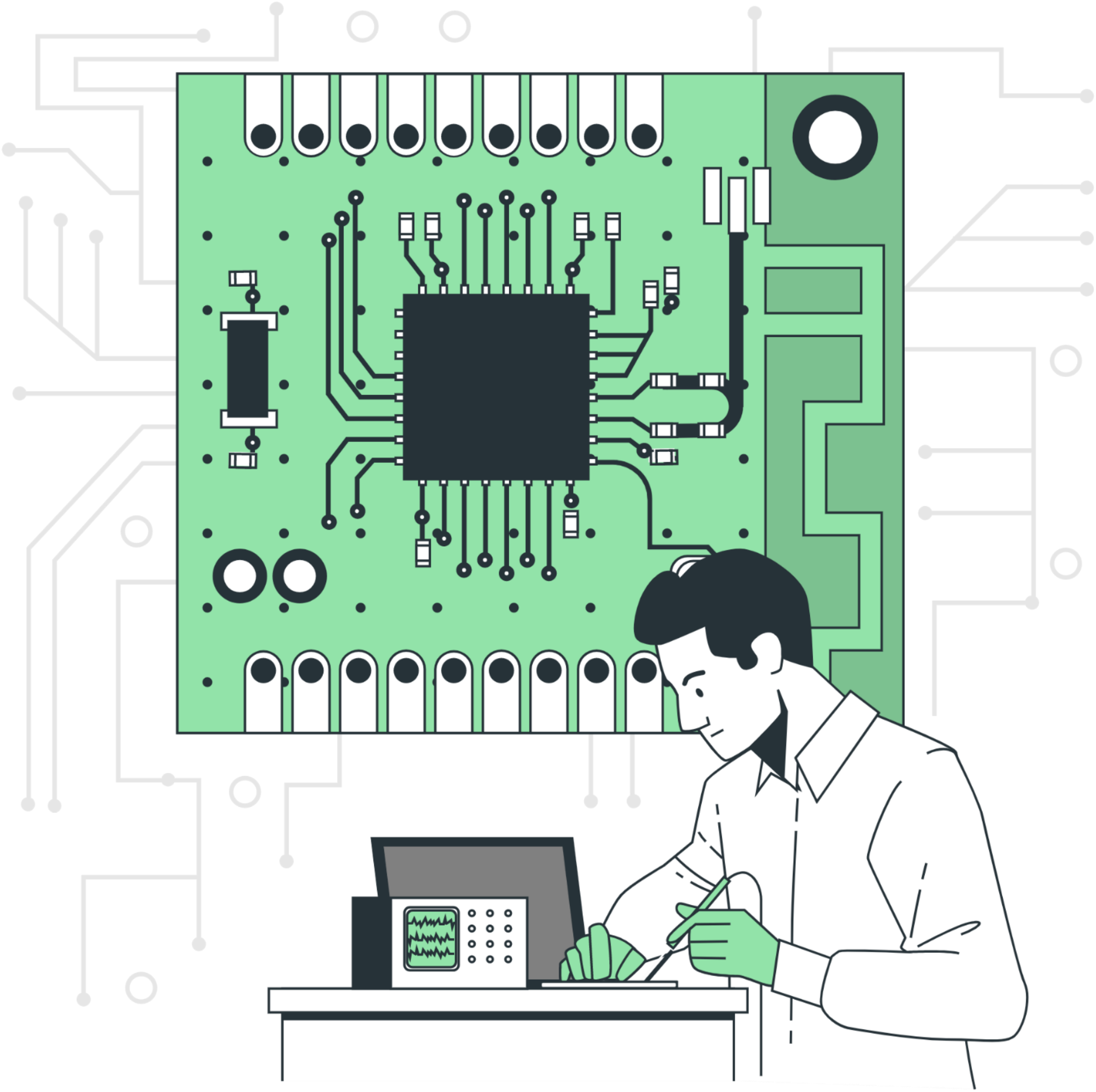
$$\sum_k I_k = 0$$

Kirchhoff Voltage Law - KVL

סכום המתחים במסלול סגור כלשהו במעגל שווה לאפס

$$\sum_k V_k = 0$$

VIRTUALTAU
פדגוגיה דיגיטלית
אוניברסיטת תל אביב



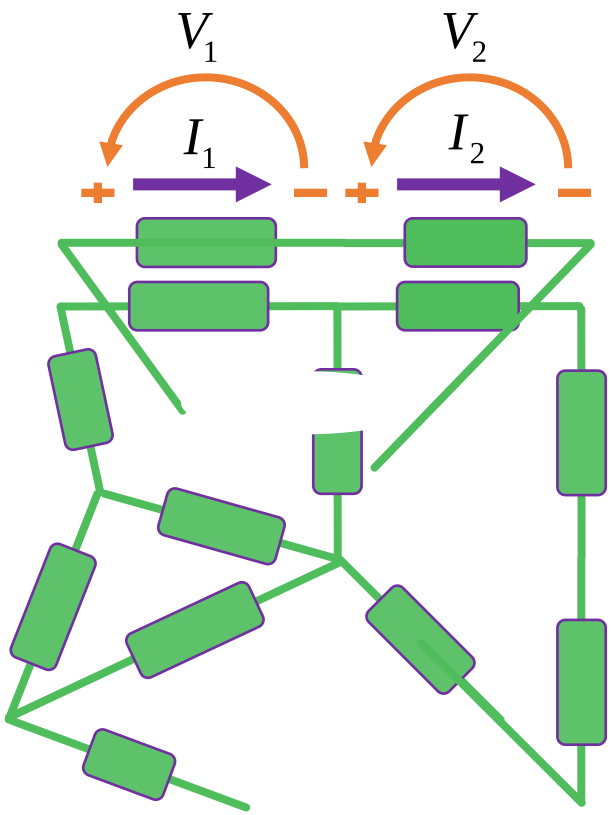
מעגלים ומערכות לינאריות

פרופ' אבישי אייל

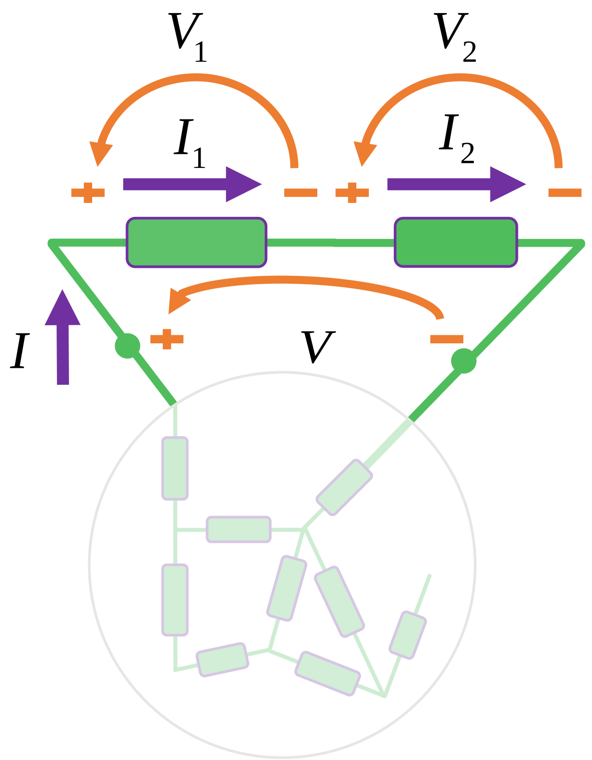
יחידה 1: מעגלי זרם ישר

מקטע 1.4: חיבור רכיבים

חיבור רכיבים בטור



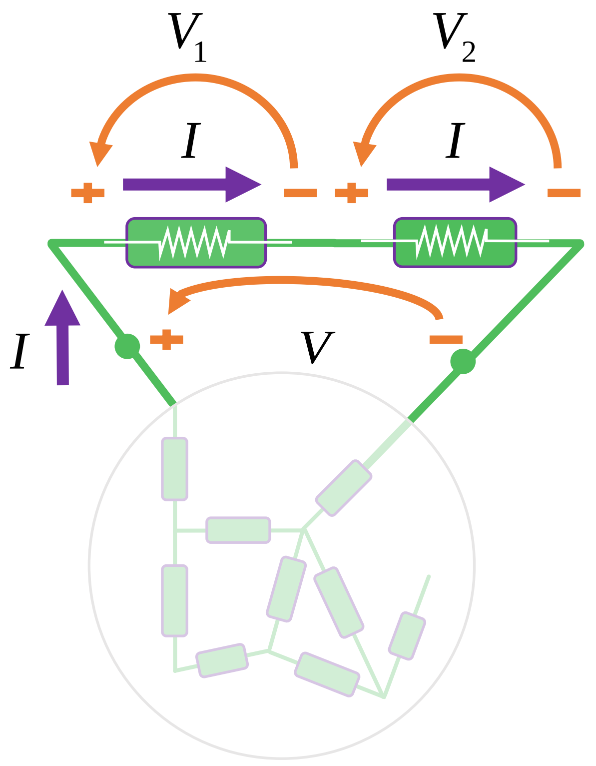
חיבור רכיבים בטור



$$V = V_1 + V_2$$

$$\boxed{I = I_1 = I_2}$$

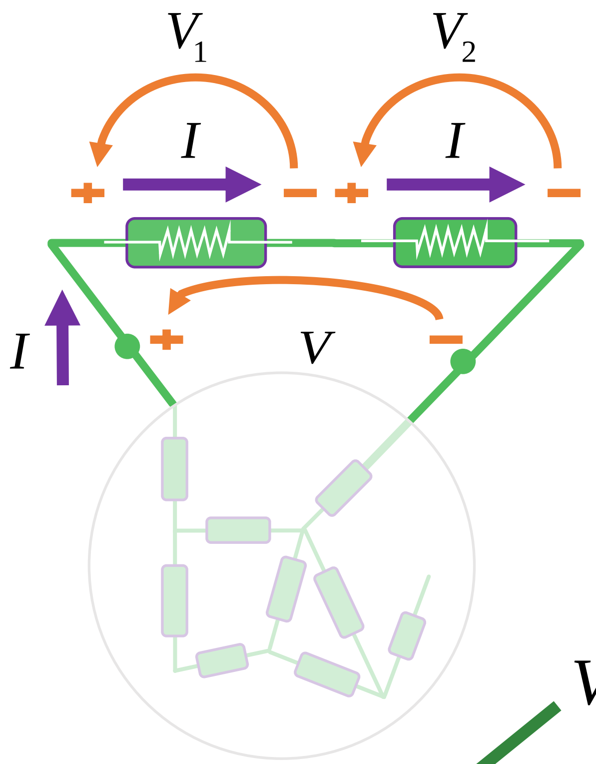
חיבור נגדים בטור



$V = V_1 + V_2$

$\boxed{I = I_1 = I_2}$

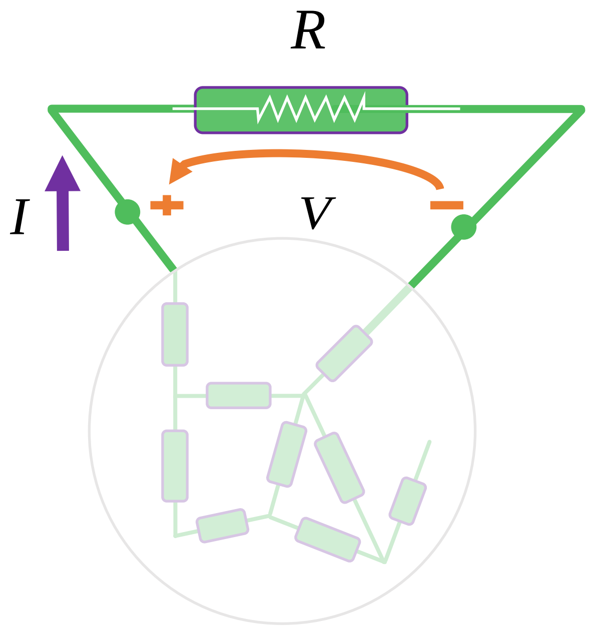
חיבור <u>נגדים</u> בטור



$$V_{1,2} = IR_{1,2}$$

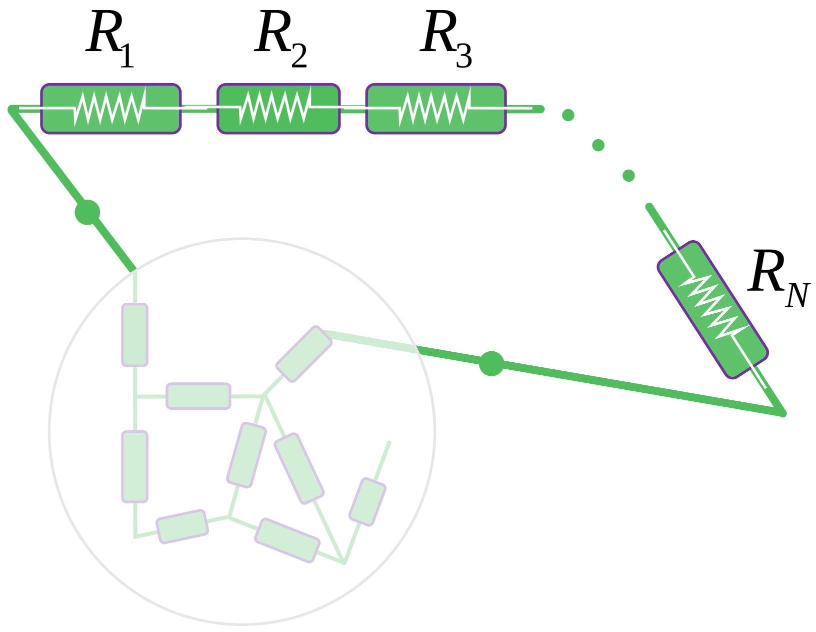
$$V = V_1 + V_2 = I\left(R_1 + R_2\right)$$

התנגדות שקולה



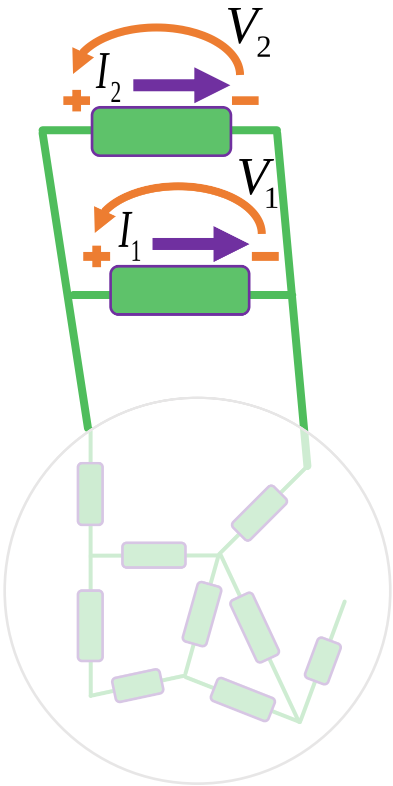
$$R = R_1 + R_2$$

התנגדות שקולה

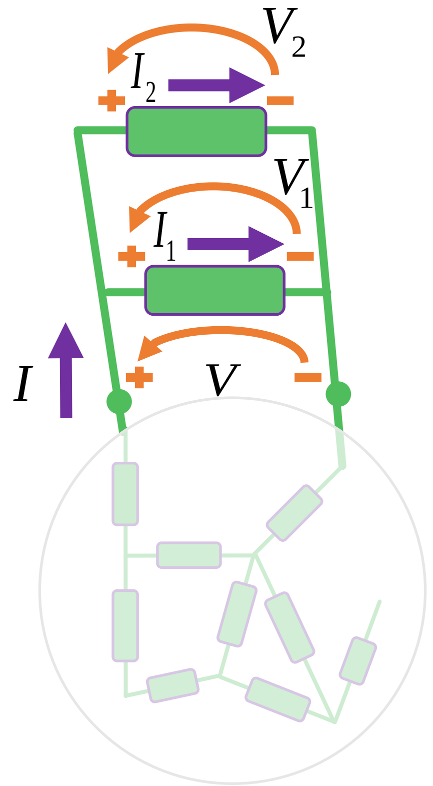


$$R = \sum_{k=1}^{N} R_k$$

חיבור רכיבים במקביל



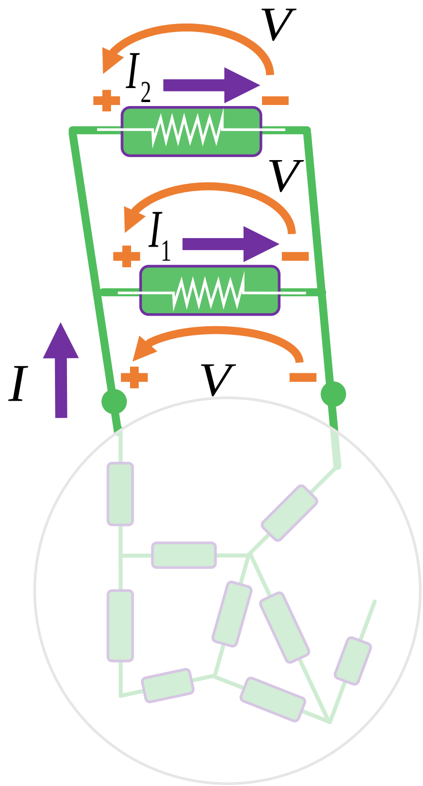
חיבור רכיבים במקביל



$$I = I_1 = I_2$$

$$\boxed{V = V_1 + V_2}$$

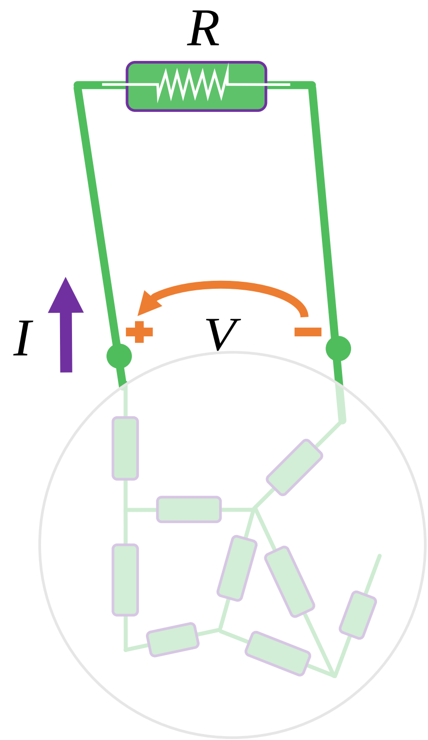
חיבור נגדים במקביל



חוק אוהם

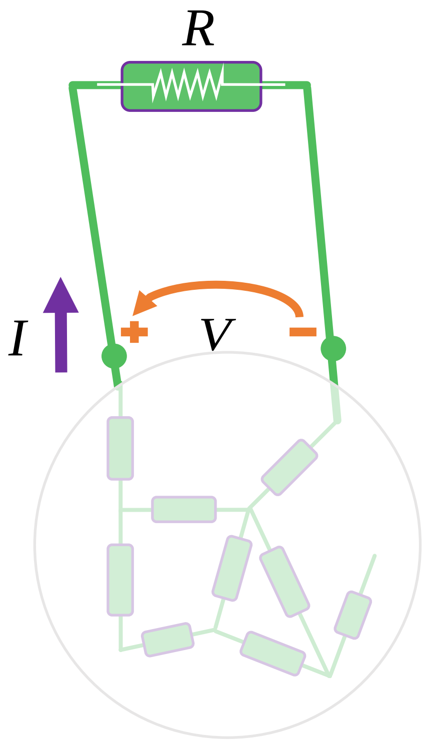
$$I = I_1 + I_2 = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} = V\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

חיבור נגדים במקביל



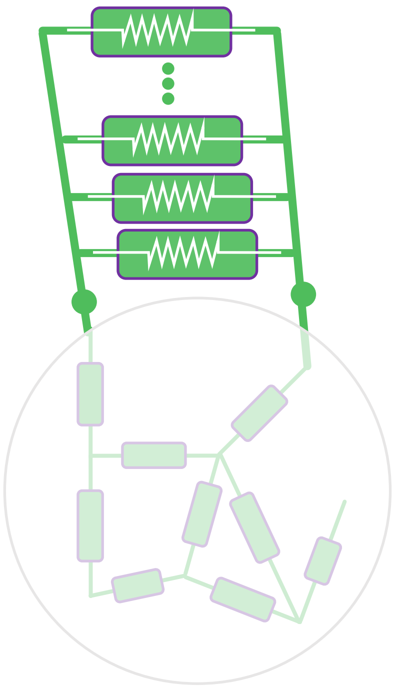
$$\frac{1}{R}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}$$

חיבור נגדים במקביל



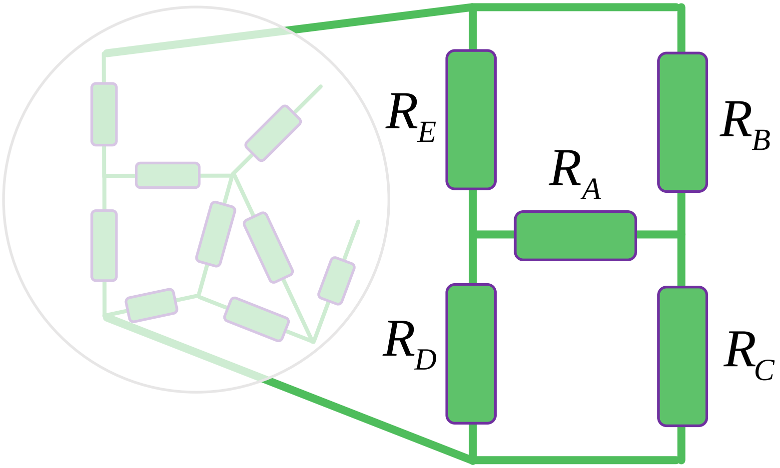
$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

חיבור נגדים במקביל

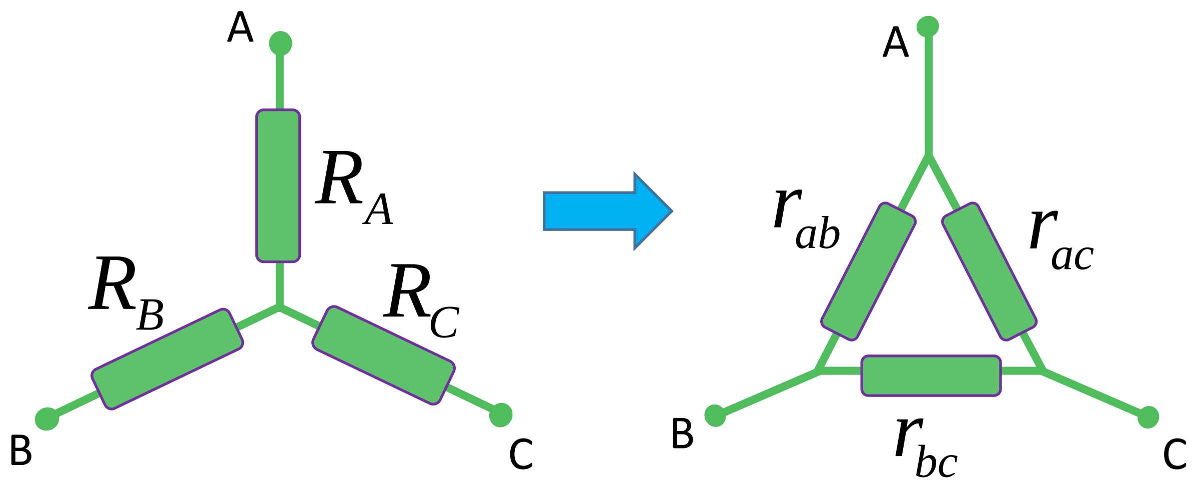


$$\frac{1}{R}=\sum_{k=1}^{N}\frac{1}{R_k}$$

איזה חיבור זה?



התמרה מכוכב למשולש

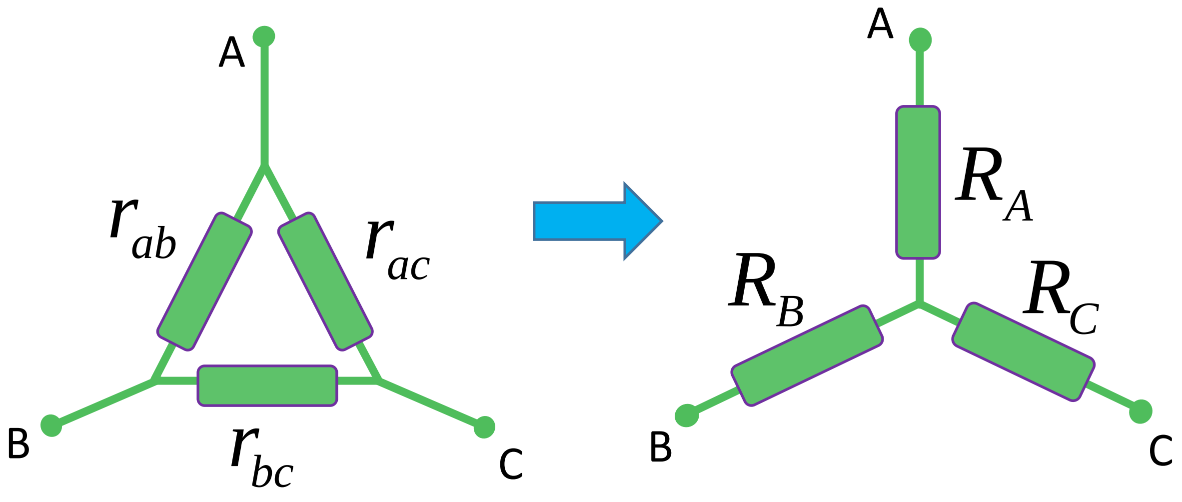


$$r_{ab} = \frac{R_A R_B + R_A R_C + R_B R_C}{R_C}$$

$$r_{ac} = \frac{R_A R_B + R_A R_C + R_B R_C}{R_B}$$

$$r_{bc} = \frac{R_A R_B + R_A R_C + R_B R_C}{R_A}$$

התמרה ממשולש לכוכב

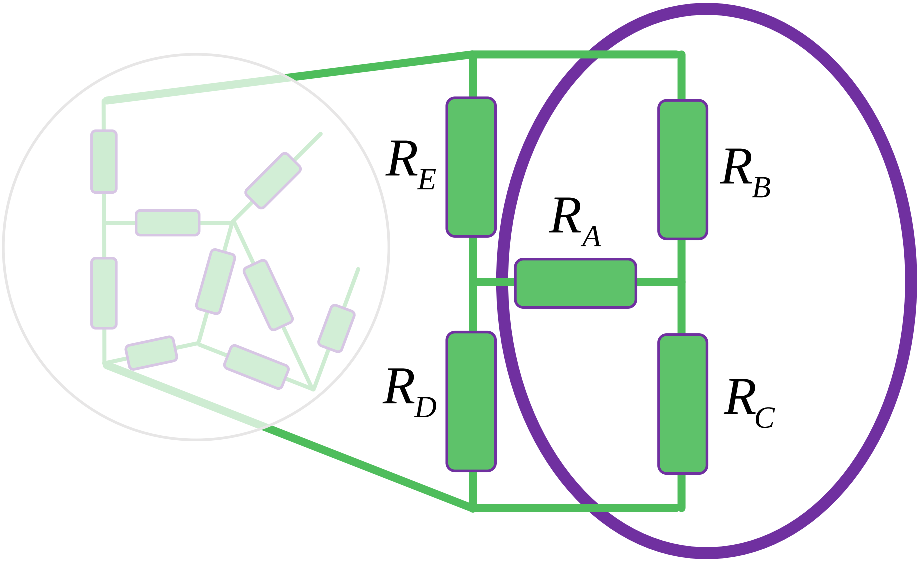


$$R_A = \frac{r_{ab} r_{ac}}{r_{ab} + r_{ac} + r_{bc}}$$

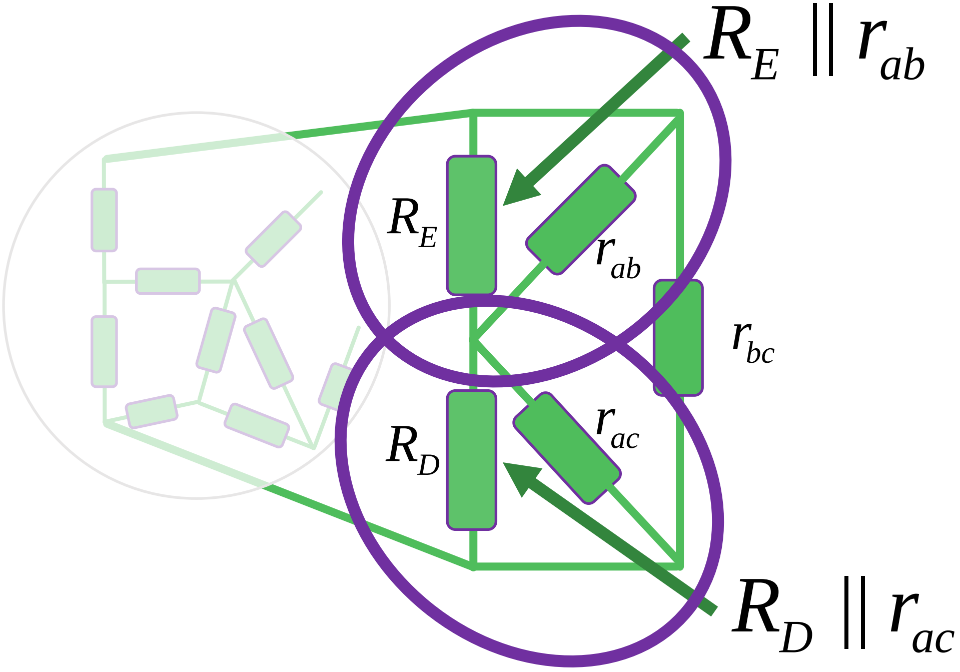
$$R_B = \frac{r_{ab} r_{bc}}{r_{ab} + r_{ac} + r_{bc}}$$

$$R_C = \frac{r_{bc} r_{ac}}{r_{ab} + r_{ac} + r_{bc}}$$

איזה חיבור זה?

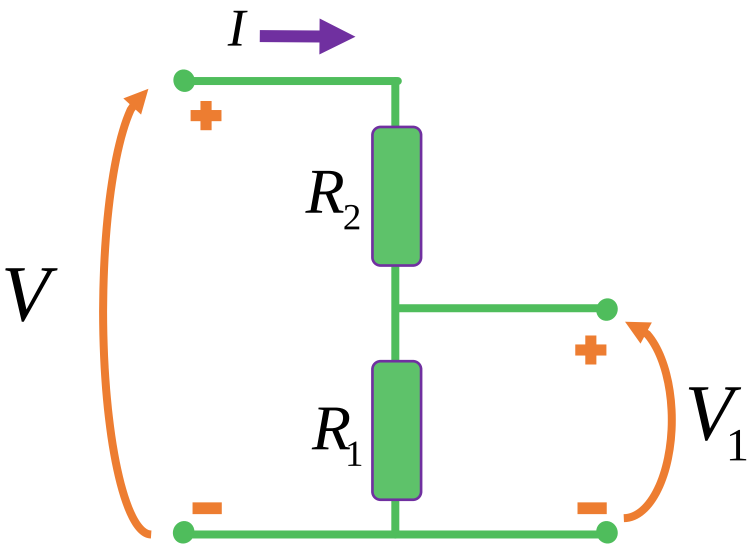


איזה חיבור זה?



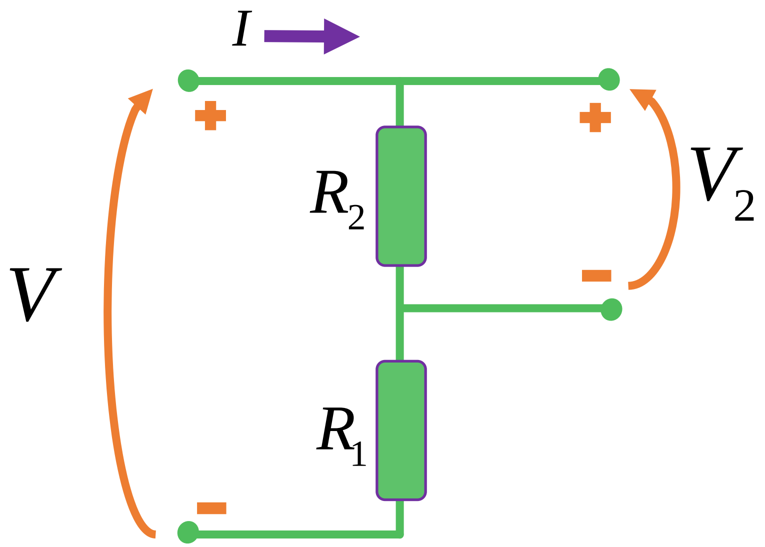
$$R_T = \left[\left(R_E \parallel r_{ab} \right) + \left(R_D \parallel r_{ac} \right) \right] \parallel r_{bc}$$

מחלק מתח



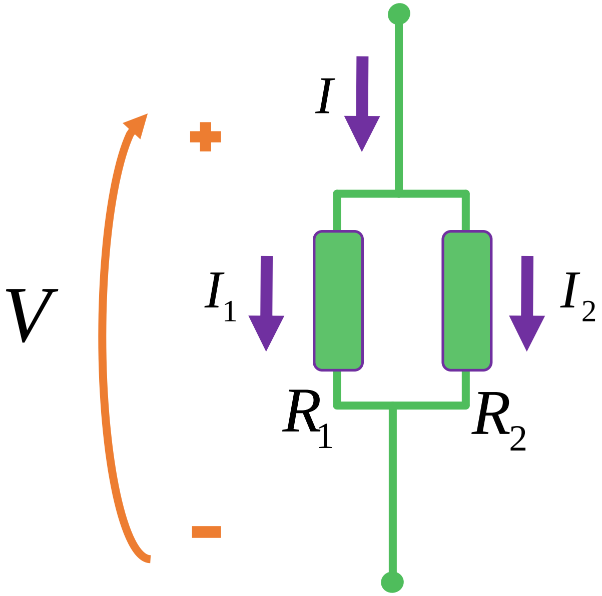
$$V_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V$$

מחלק מתח



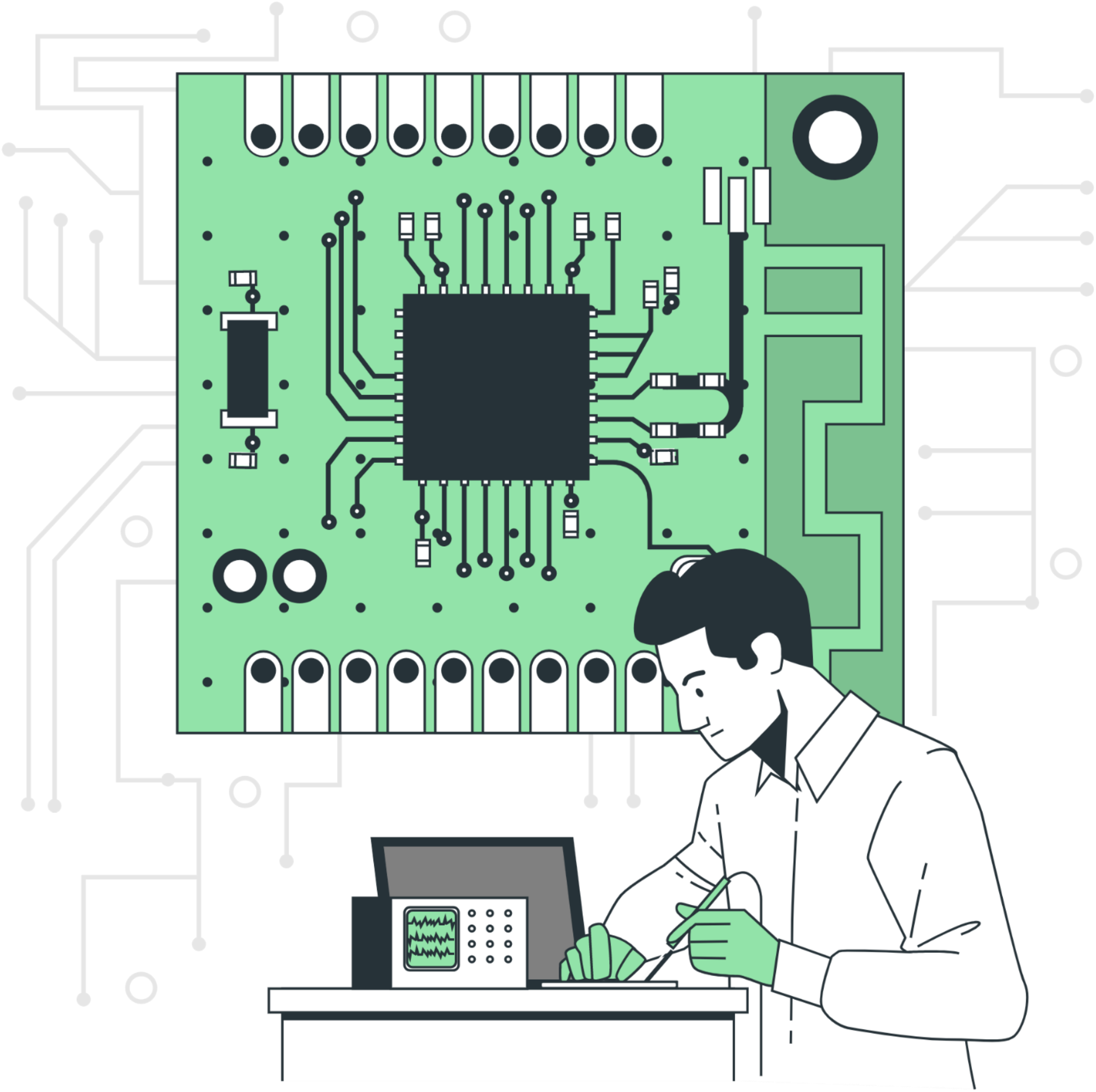
$$V_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V$$

מחלק זרם



$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I \qquad I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I$$

VIRTUALTAU
פדגוגיה דיגיטלית
אוניברסיטת תל אביב



מעגלים ומערכות ליניאריות

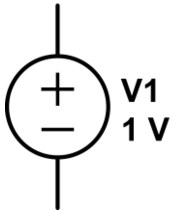
פרופ' אבישי אייל

יחידה 1: מעגלי זרם ישר

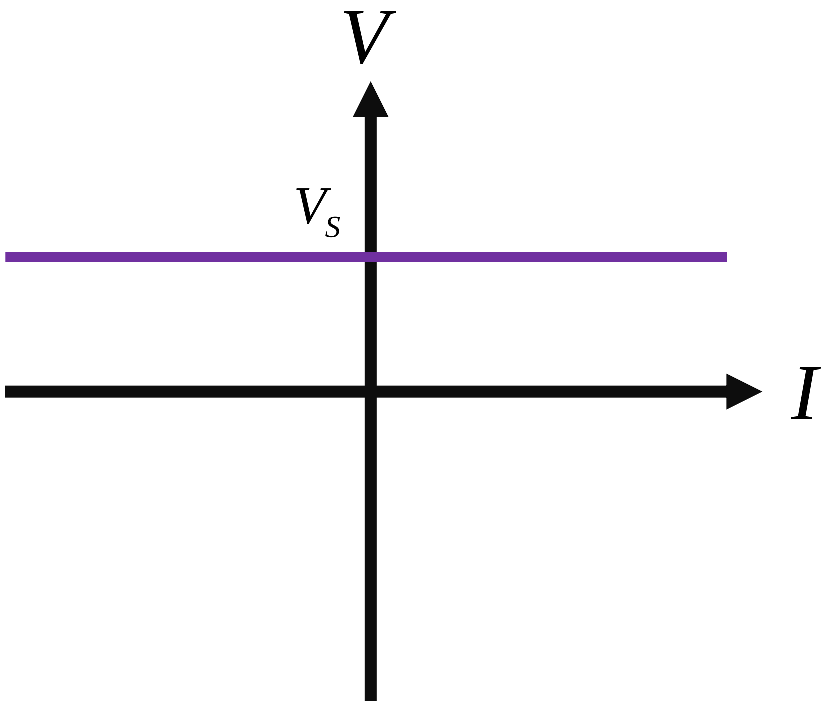
מקטע 1.5: מקורות מעשיים ושקילות מקורות

מקור מתח (<u>אידיאלי</u>)

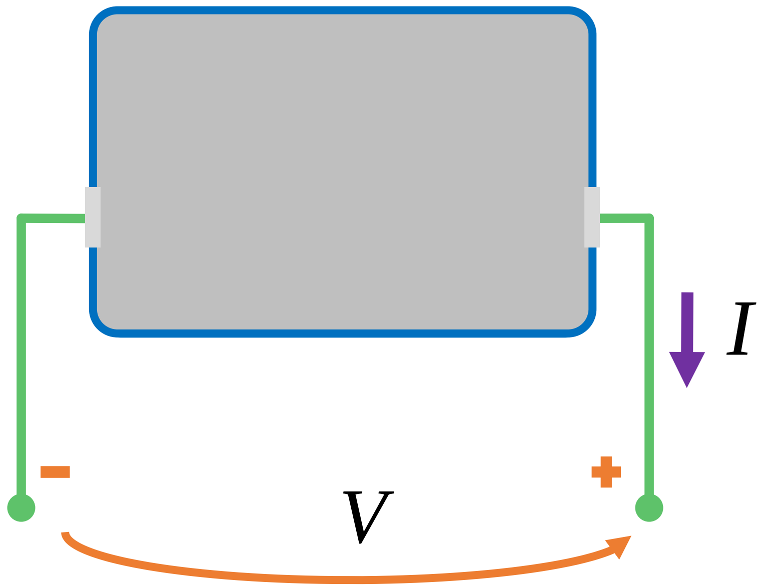
סימונים וכיוונים:



מתח קבוע $V = V_S$

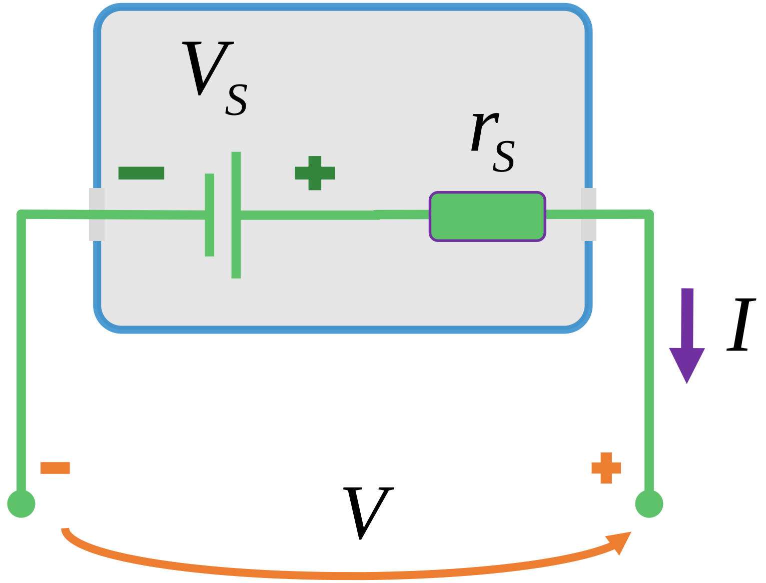


מקור מתח מעשי



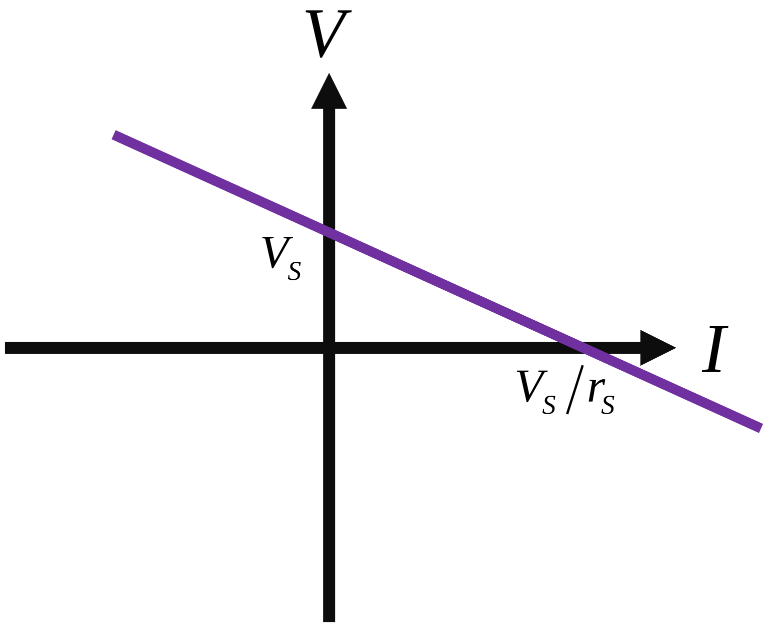
r_S התנגדות פנימית

מקור מתח מעשי



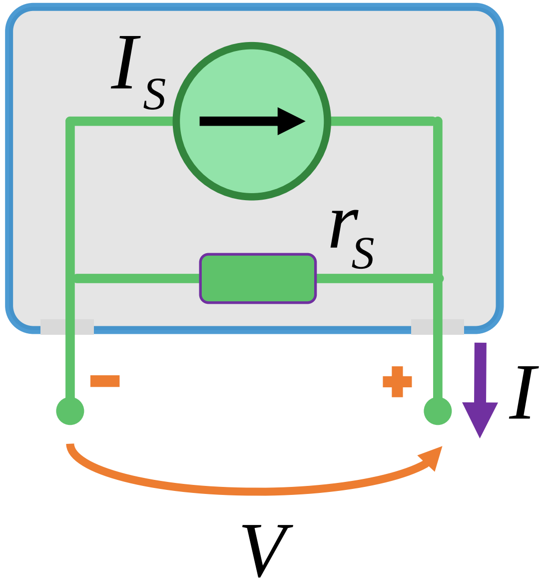
$$V = V_S - Ir_S$$

מקור מתח מעשי



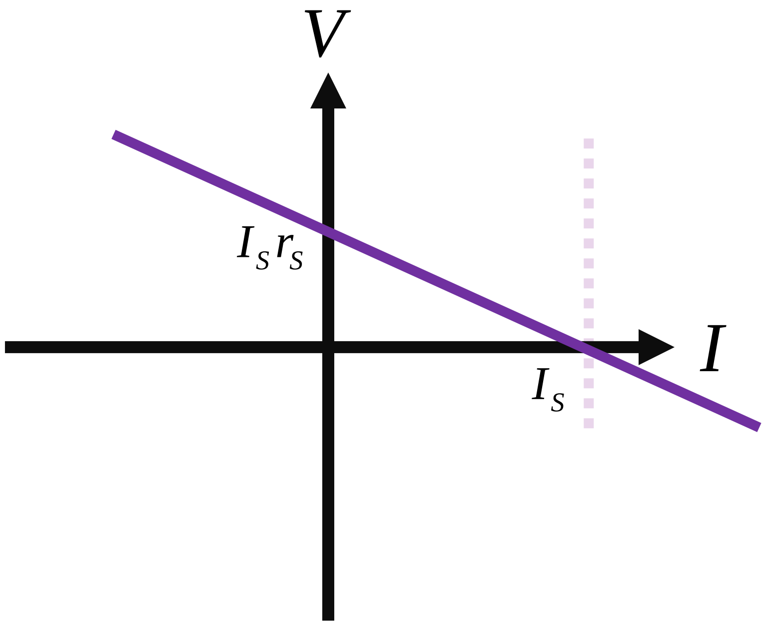
$$V = V_S - r_S I$$

מקור זרם מעשי



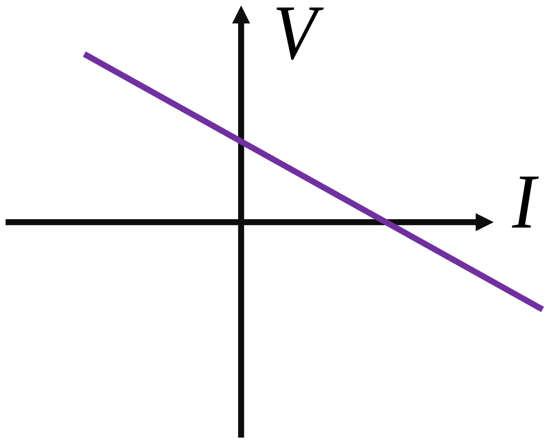
$$I = I_S - \frac{V}{r_S}$$

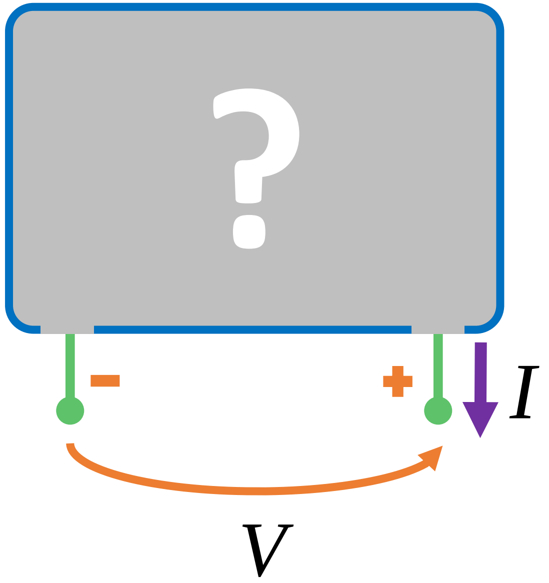
מקור זרם מעשי



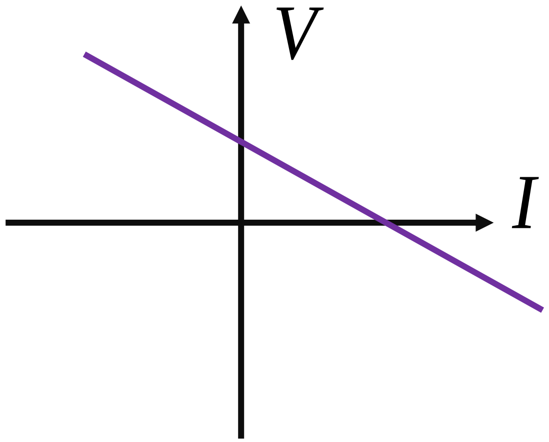
$$I = I_S - \frac{V}{r_S} \longrightarrow V = r_S I_S - r_S I$$

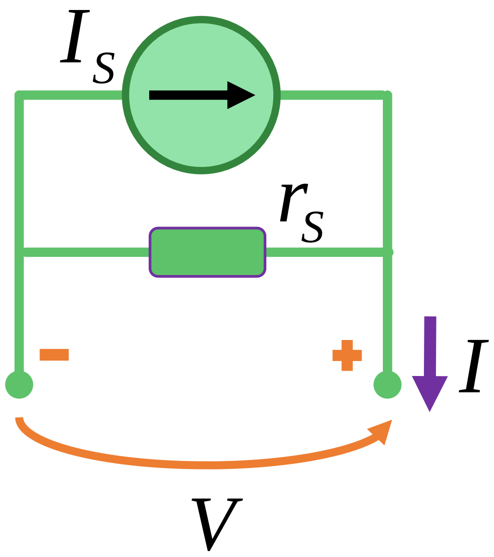
שקילות מקורות





שקילות מקורות

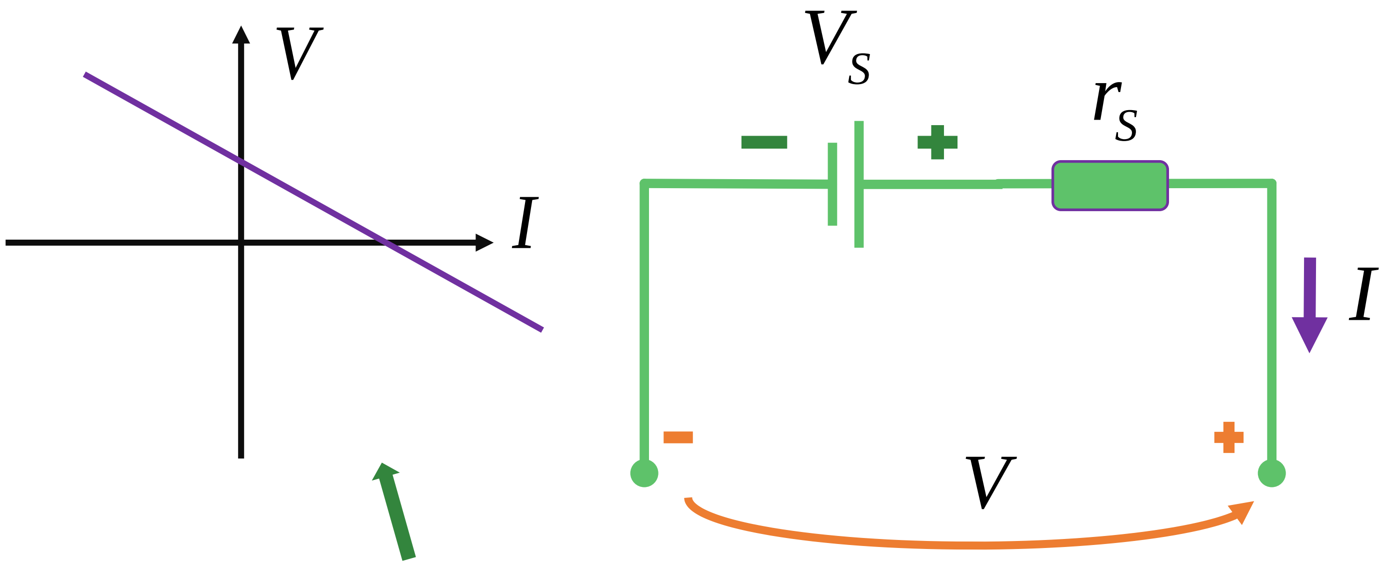




מקור זרם + נגד במקביל

$$V = r_S I_S - r_S I$$

שקילות מקורות



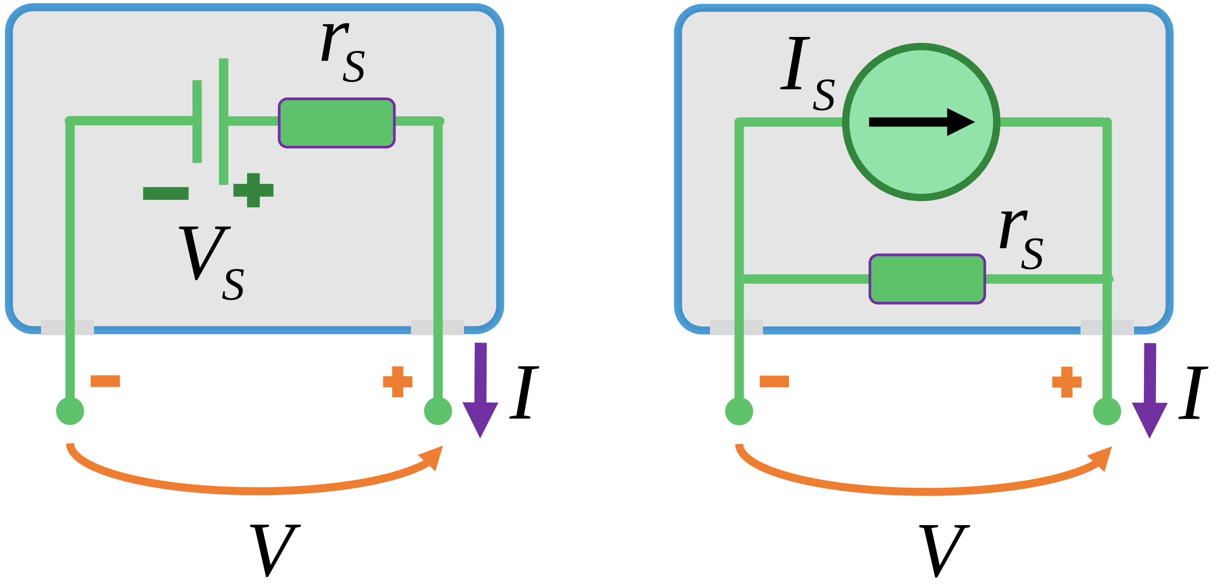
מקור זרם + נגד במקביל

$$V = r_S I_S - r_S I$$

מקור מתח + נגד בטור

$$V = V_S - r_S I$$

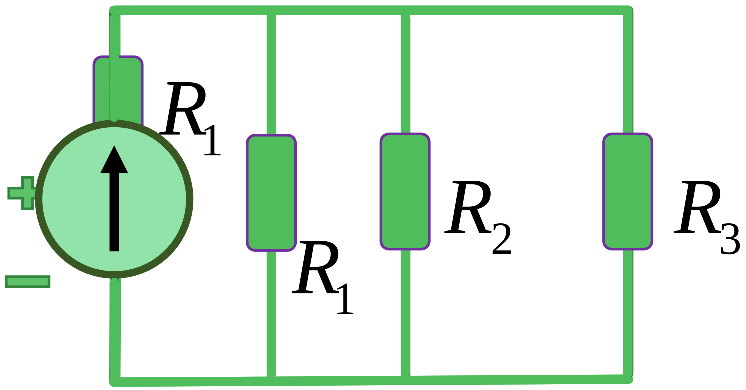
שקילות מקורות



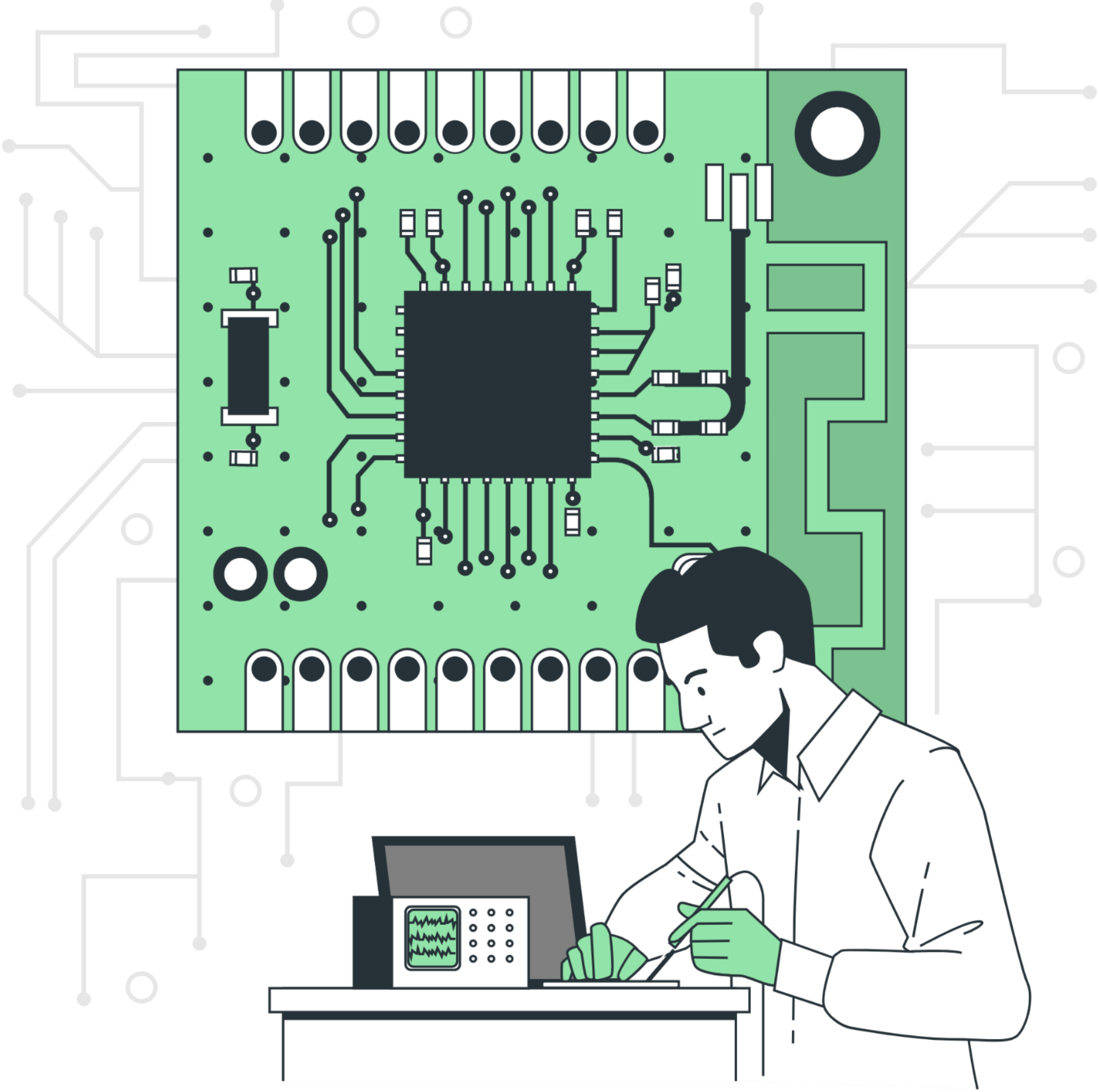
$$V_s = r_s I_s$$

שקילות מקורות

$$I_S = \frac{V_S}{R_1}$$



VIRTUALTAU
פדגוגיה דיגיטלית
אוניברסיטת תל אביב



מעגלים ומערכות לינאריות

פרופ' אבישי אייל

יחידה 1: מעגלי זרם ישר

מקטע 1.6: שיטות לפתרון מעגלים I

הערות כלליות לפתרון מעגלים

- מתאים רק לנגדים ליניאריים
- בעיקרון חוקי **קירכהוף** (**KCL** ו-**KVL**) + חוק **אוהם** מספיקים, אבל:
  - לפשט את המעגל לפני שמתחילים לפתור עשוי להועיל
  - רישום משוואות **KCL** ו-**KVL** לגבי כל הצמתים והענפים במעגל אינו מומלץ
- השיטות שנלמד מאפשרות פתרון שיטתי ויעיל של המעגל

השיטות שנתאר

- **שיטת זרמי ענפים** – אפשר להשתמש בה תמיד אבל לפעמים היא לא הכי יעילה
- **שיטת זרמי חוגים** (לולאות) – יעילה בעיקר כשמספר הלולאות קטן
- **שיטת מתחי צמתים** – יעילה בעיקר כשמספר הצמתים קטן

שיטת זרמי ענפים

שלבים:

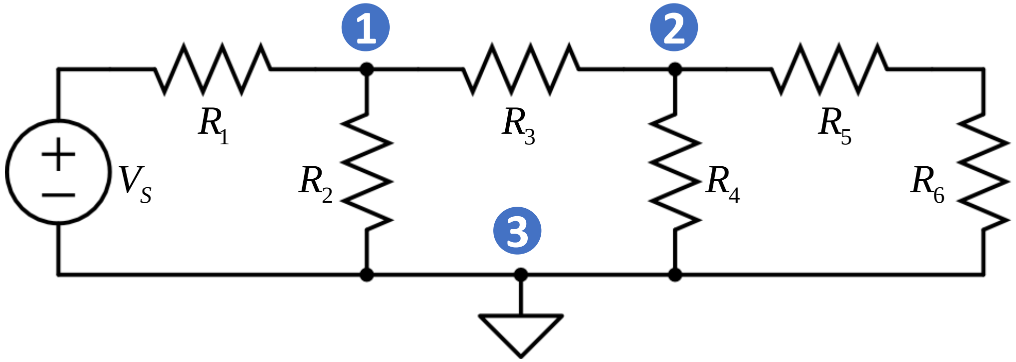
1. מצאו את מספר הצמתים במעגל שמחוברים אליהם **3** ענפים או יותר – נסמן את המספר שלהם ב- **N**
2. מצאו את מספר מקטעי המעגל המחברים בין הצמתים הנ"ל – נסמן את המספר שלהם ב-**M**
3. נסמן כיווני ייחוס לזרמים ולמתחים
4. נרשום **N-1** משוואות **KCL** עבור הזרמים הנכנסים לצמתים שמצאנו
5. נרשום **M-(N-1)** משוואות **KVL** בעזרת זרמי הענפים
6. נפתור את **M** המשוואות שהתקבלו ונמצא את כל זרמי הענפים
7. נמצא את המתחים על פני הרכיבים מהזרמים שמצאנו

שיטת זרמי ענפים - דוגמא

שלבים:

1. מצאו את מספר הצמתים במעגל שמחוברים אליהם **3** ענפים או יותר – נסמן את המספר שלהם ב- **N**

$$N = 3$$

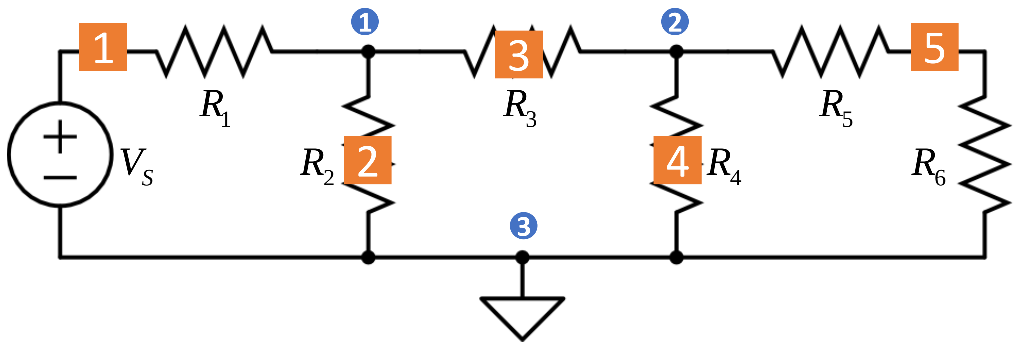


שיטת זרמי ענפים - דוגמא

שלבים:

2. מצאו את מספר מקטעי המעגל המחברים בין הצמתים הנ"ל –
נסמן את המספר שלהם ב-**M**

$$N=3 \quad M=5$$

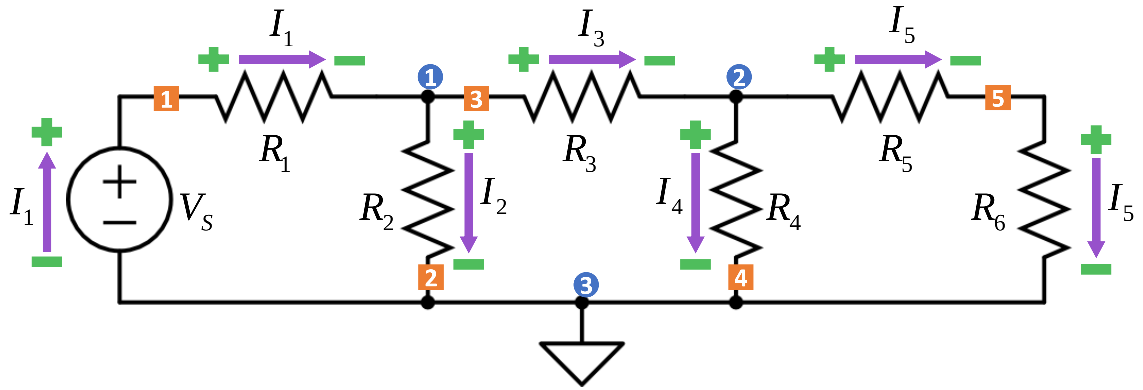


שיטת זרמי ענפים - דוגמא

שלבים:

3. נסמן כיווני ייחוס לזרמים ולמתחים

$$N = 3 \qquad M = 5$$

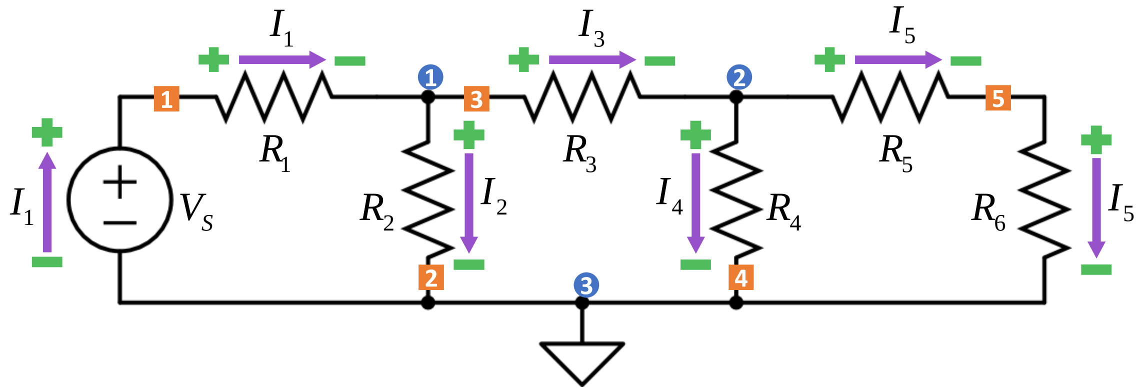


שיטת זרמי ענפים - דוגמא

שלבים:

4. נדרשם **N-1** משוואות **KCL** עבור הזרמים הנכנסים לצמתים שמצאנו

$$N=3 \qquad M=5$$



משוואות KCL:

① $I_1 - I_2 - I_3 = 0$

② $I_3 - I_4 - I_5 = 0$

משוואה תלויה:

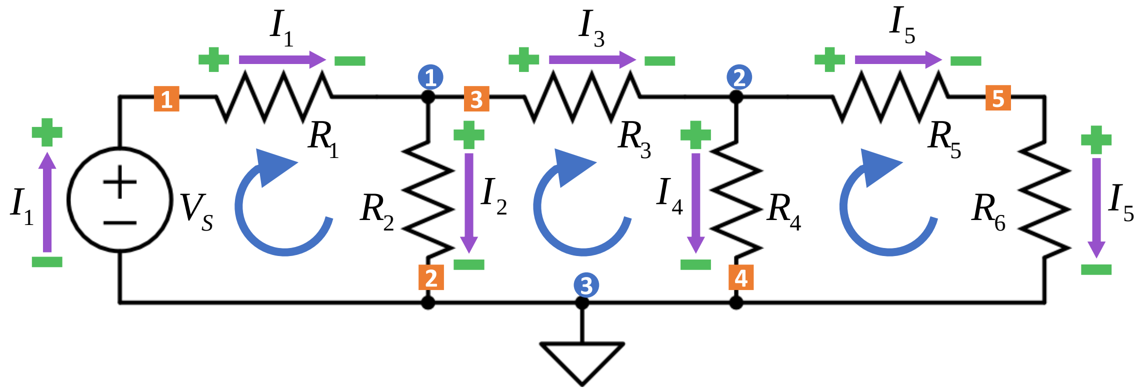
③ $-I_1 + I_2 + I_4 + I_5 = 0$

שיטת זרמי ענפים - דוגמא

שלבים:

5. נרשום **M-(N-1)=3** משוואות **KVL** בעזרת זרמי הענפים

$N=3 \qquad M=5$



משוואות KVL:

משוואות KCL:

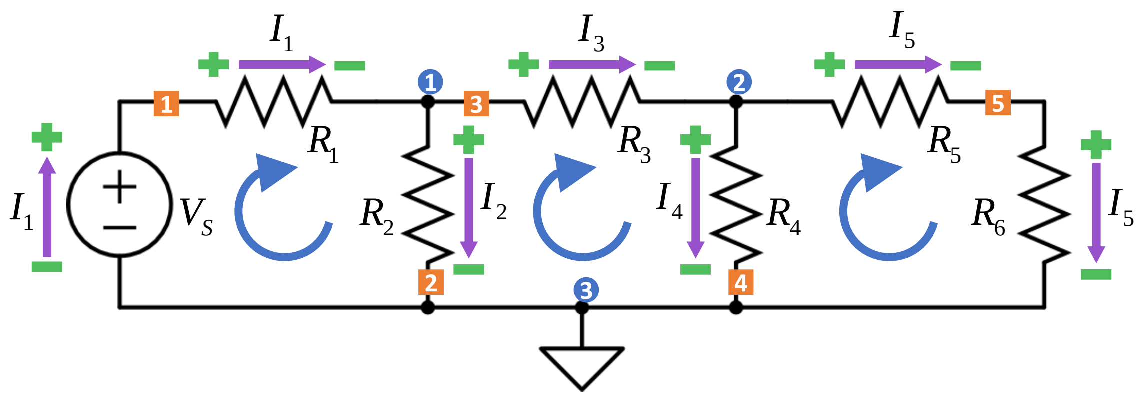
$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

$$I_3 - I_4 - I_5 = 0$$

שיטת זרמי ענפים - דוגמא

שלבים:

5. נרשום **M-(N-1)** משוואות **KVL** בעזרת זרמי הענפים

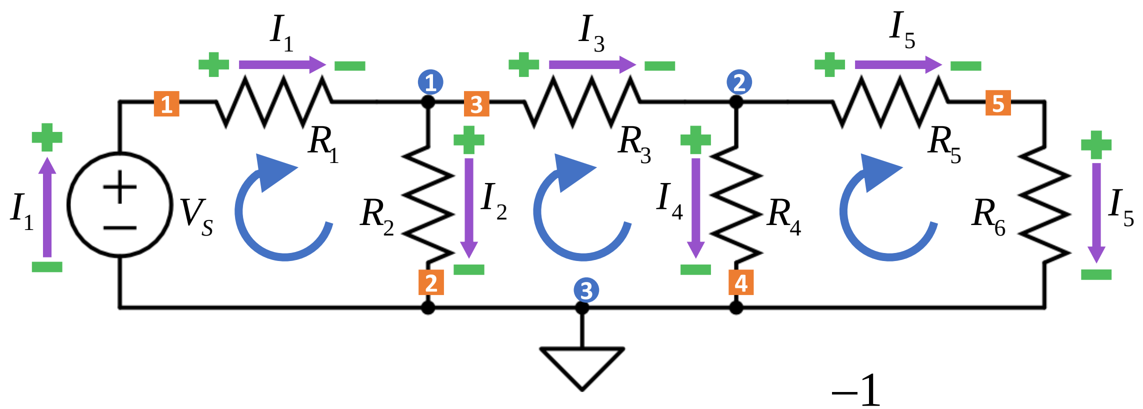


$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 \\ R_1 & R_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -R_2 & R_3 & R_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -R_4 & R_5+R_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ V_S \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

שיטת זרמי ענפים - דוגמא

שלבים:

6. נפתור את **M** המשוואות שהתקבלו ונמצא את כל זרמי הענפים

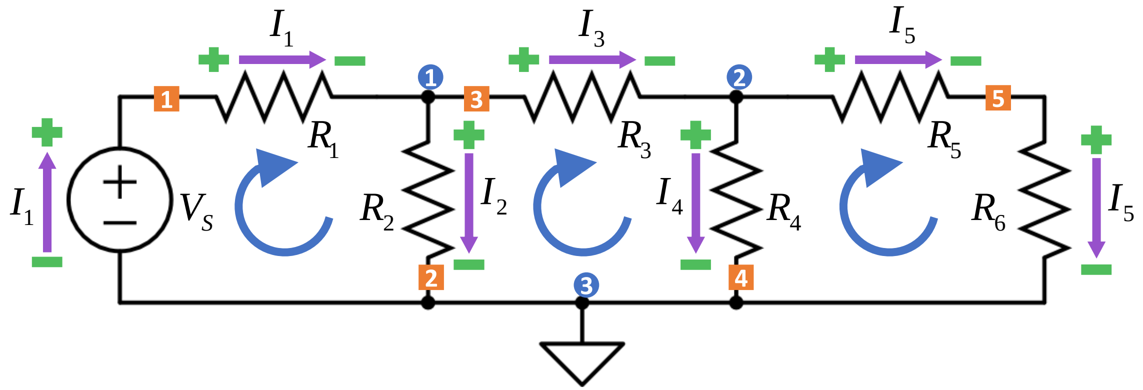


$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 \\ R_1 & R_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -R_2 & R_3 & R_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -R_4 & R_5+R_6 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ V_S \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

שיטת זרמי ענפים - דוגמא

שלבים:

7. נמצא את המתחים על פני הרכיבים מהזרמים שמצאנו

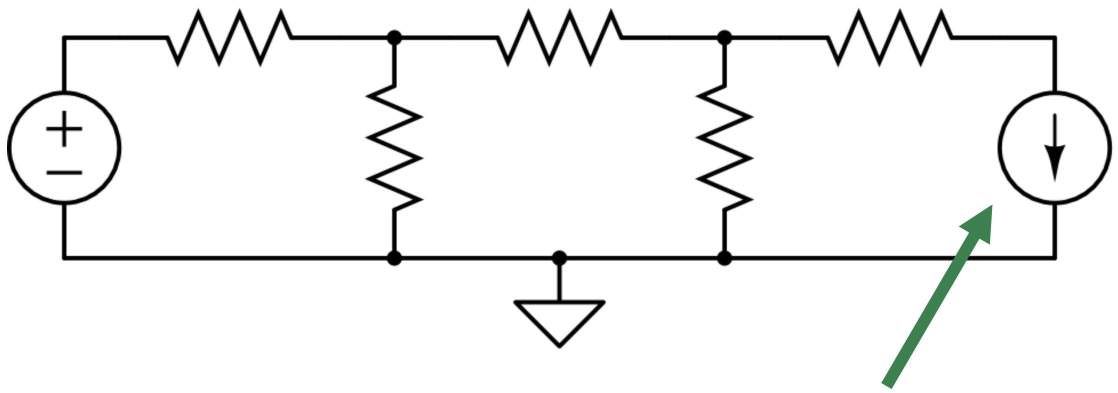


$$V_{R1} = R_1 I_1 \qquad V_{R4} = R_4 I_4$$

$$V_{R2} = R_2 I_2 \qquad V_{R5} = R_5 I_5$$

$$V_{R3} = R_3 I_3 \qquad V_{R6} = R_6 I_5$$

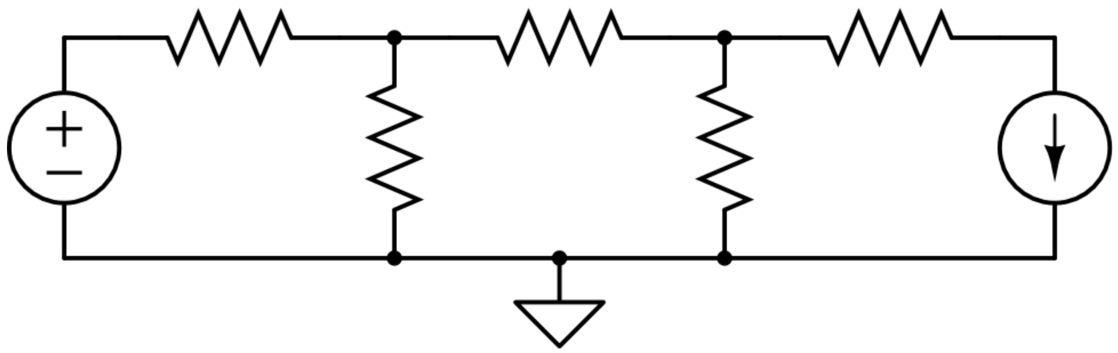
שיטת זרמי ענפים - שאלה



נניח שבאחד הענפים יש לנו מקור זרם.
כיצד משתנה דרך הפתרון?

שיטת זרמי ענפים - שאלה

נניח שבאחד הענפים יש לנו מקור זרם. כיצד משתנה דרך הפתרון?



משוואות KCL – מספר המשוואות לא משתנה

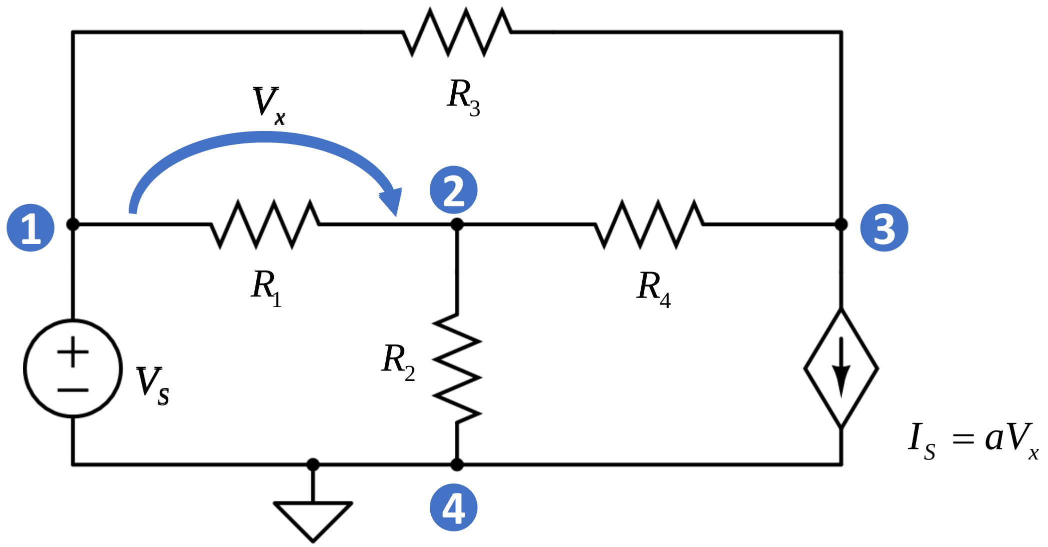
משוואות KVL – מספר המשוואות קטן באחד

שיטת זרמי ענפים – דוגמא II

שלבים:

1. מצאו את מספר הצמתים במעגל שמחוברים אליהם **3** ענפים או יותר – נסמן את המספר שלהם ב- **N**

$$N = 4$$

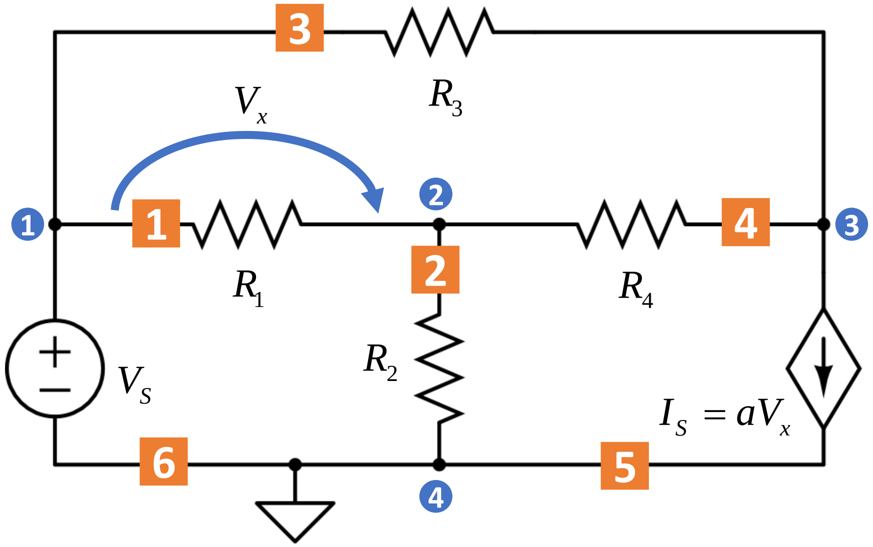


שיטת זרמי ענפים – דוגמא II

שלבים:

2. מצאו את מספר מקטעי המעגל המחברים בין הצמתים הנ"ל – נסמן את המספר שלהם ב-**M**

$N = 4 \qquad M = 6$

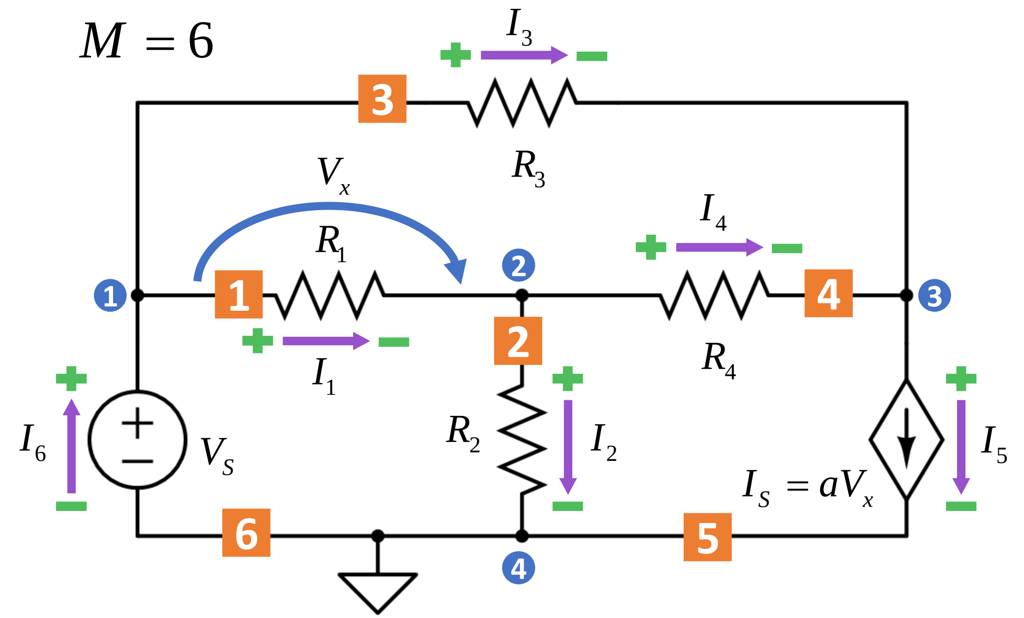


שיטת זרמי ענפים – דוגמא II

שלבים:

3. נסמן כיווני ייחוס לזרמים ולמתחים

$N = 4 \qquad M = 6$

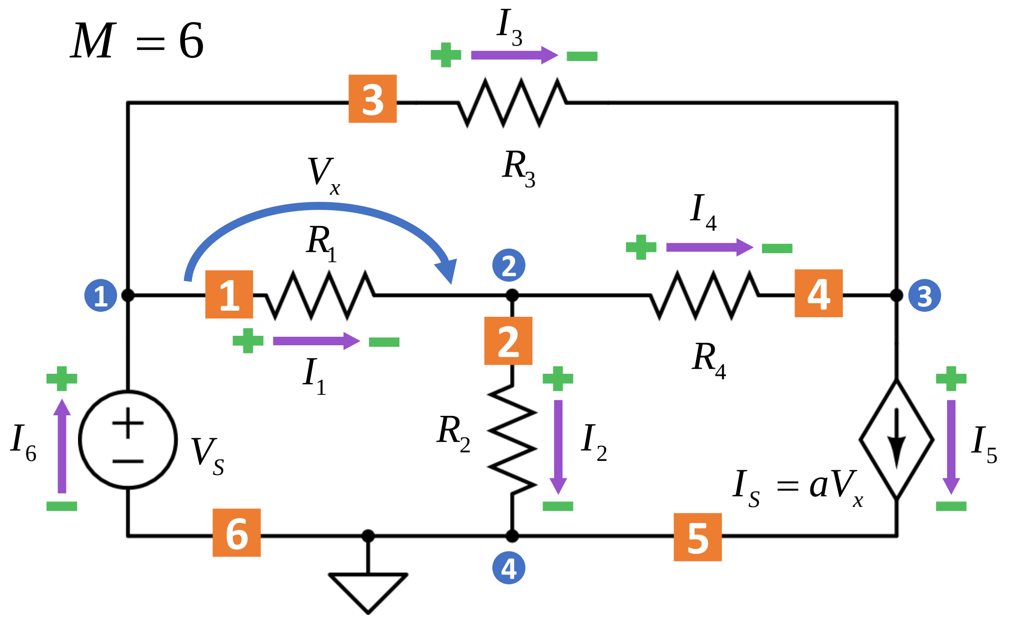


שיטת זרמי ענפים – דוגמא II

שלבים:

4. נרשום **N-1** משוואות **KCL** עבור הזרמים הנכנסים לצמתים שמצאנו

$N = 4 \qquad M = 6$



שלוש משוואות KCL:

1 $\quad I_6 - I_1 - I_3 = 0$

2 $\quad I_1 - I_2 - I_4 = 0$

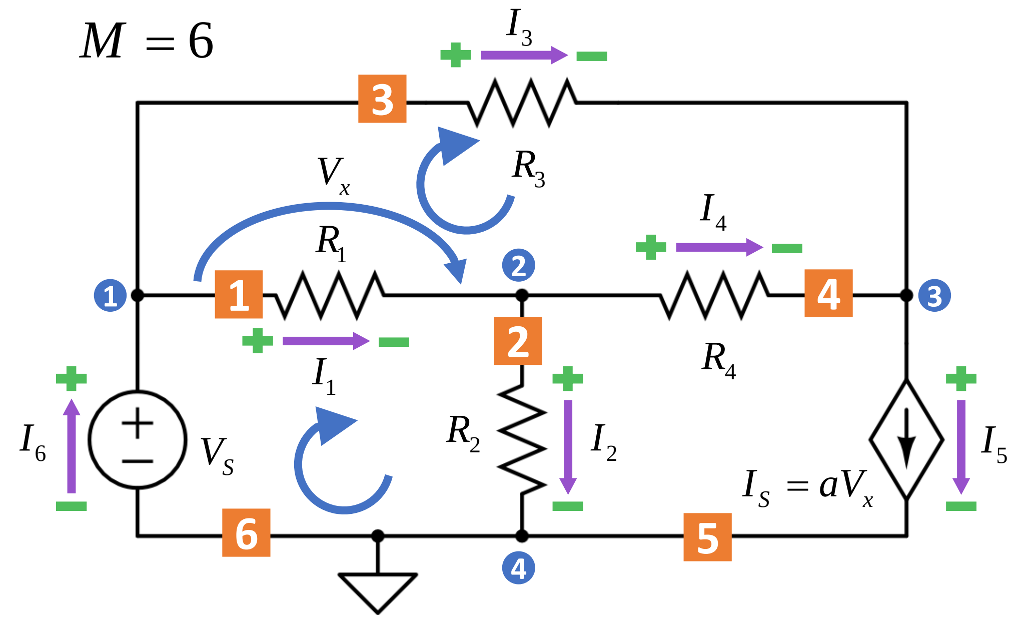
3 $\quad I_3 + I_4 - I_5 = 0$

שיטת זרמי ענפים – דוגמא II

שלבים:

5. נרשום **M-(N-1)** משוואות **KVL** בעזרת זרמי הענפים

$N = 4 \qquad M = 6$



שתי משוואות KVL:

$$-V_S + I_1R_1 + I_2R_2 = 0$$

$$-I_1R_1 + I_3R_3 - I_4R_4 = 0$$

בגלל מקור הזרם מספיקות 5 משוואות!

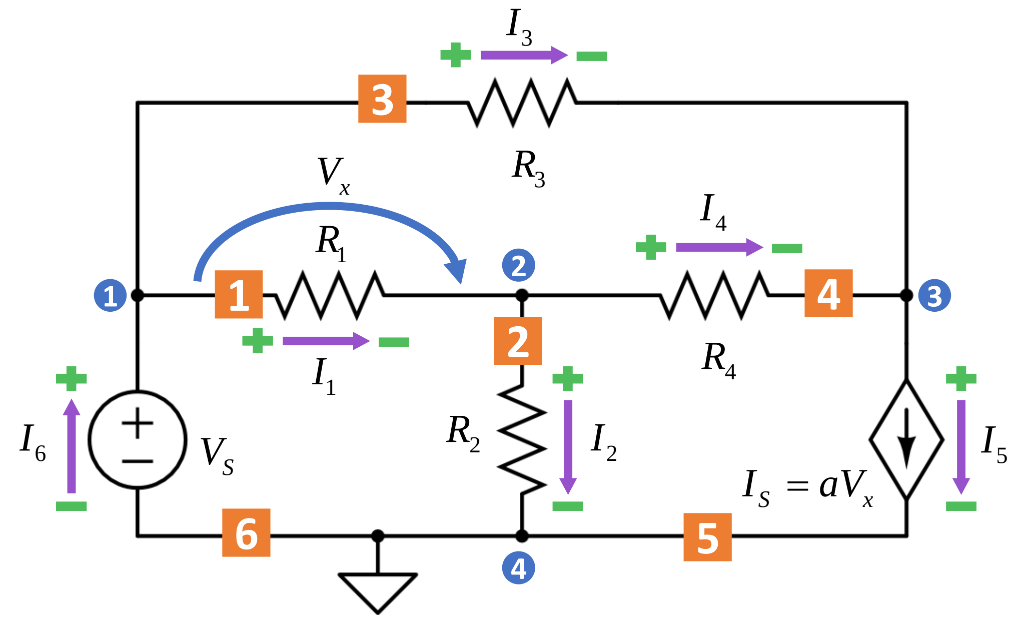
שלוש משוואות KCL:

1 $I_6 - I_1 - I_3 = 0$

2 $I_1 - I_2 - I_4 = 0$

3 $I_3 + I_4 - I_5 = 0$

שיטת זרמי ענפים – דוגמא II



שלוש משוואות KCL:

1 $I_6 - I_1 - I_3 = 0$

2 $I_1 - I_2 - I_4 = 0$

3 $I_3 + I_4 - I_5 = 0$

שתי משוואות KVL:

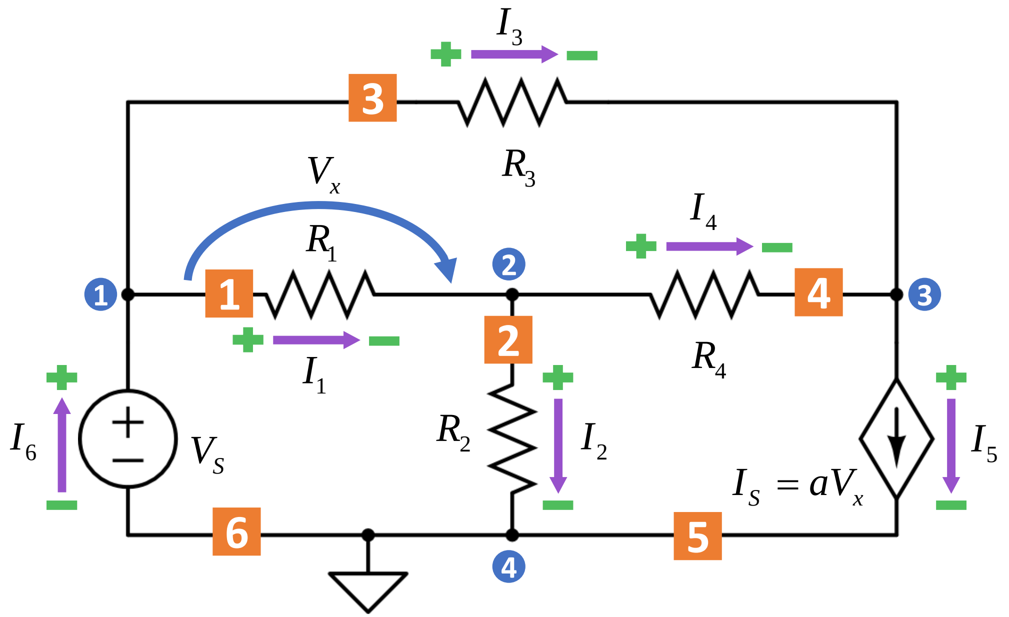
$-V_S + I_1R_1 + I_2R_2 = 0$

$-I_1R_1 + I_3R_3 - I_4R_4 = 0$

נשים לב ש- $I_5 = aV_x = aR_1I_1$

בגלל מקור הזרם מספיקות 5 משוואות!

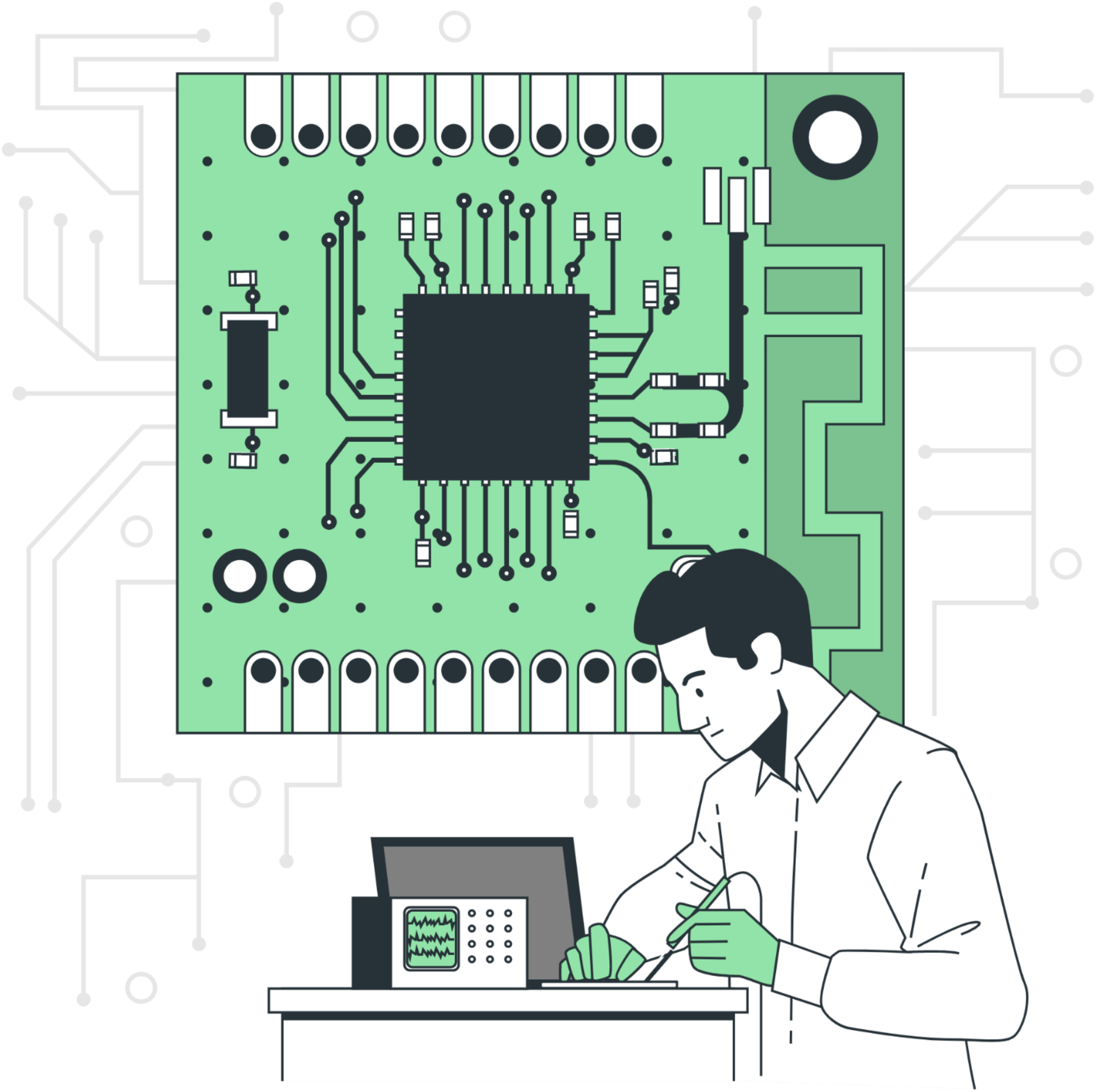
שיטת זרמי ענפים – דוגמא II



$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ -aR_1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ R_1 & R_2 & 0 & 0 & 0 \\ -R_1 & 0 & R_3 & -R_4 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ V_S \\ 0 \end{bmatrix}$$

VIRTUALTAU
פדגוגיה דיגיטלית
אוניברסיטת תל אביב

מעגלים ומערכות ליניאריות



פרופ' אבישי אייל

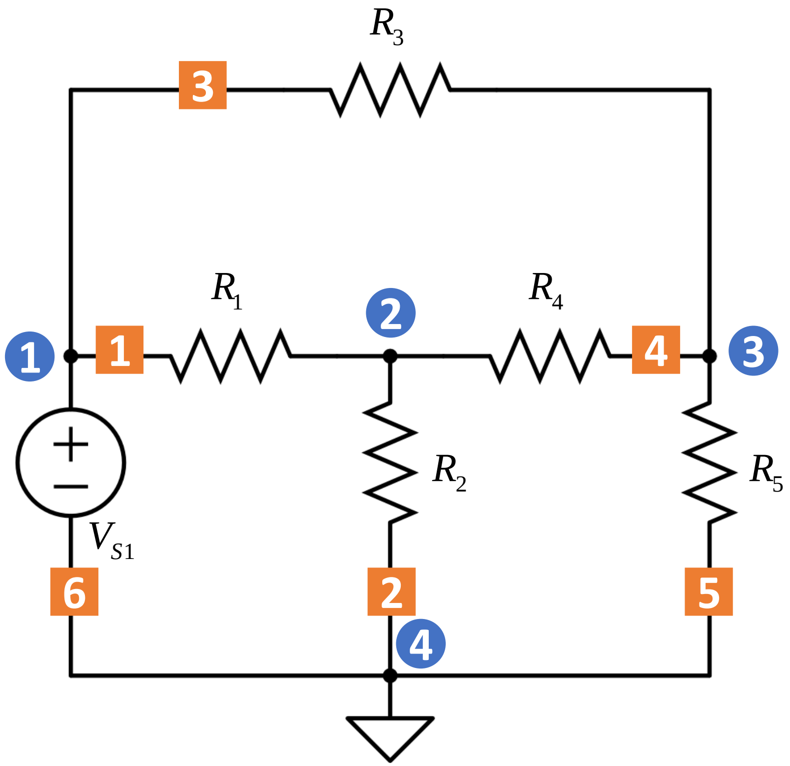
יחידה 1: מעגלי זרם ישר

מקטע 1.7: שיטות לפתרון מעגלים II

שיטת זרמי חוגים (לולאות)

$N = 4$

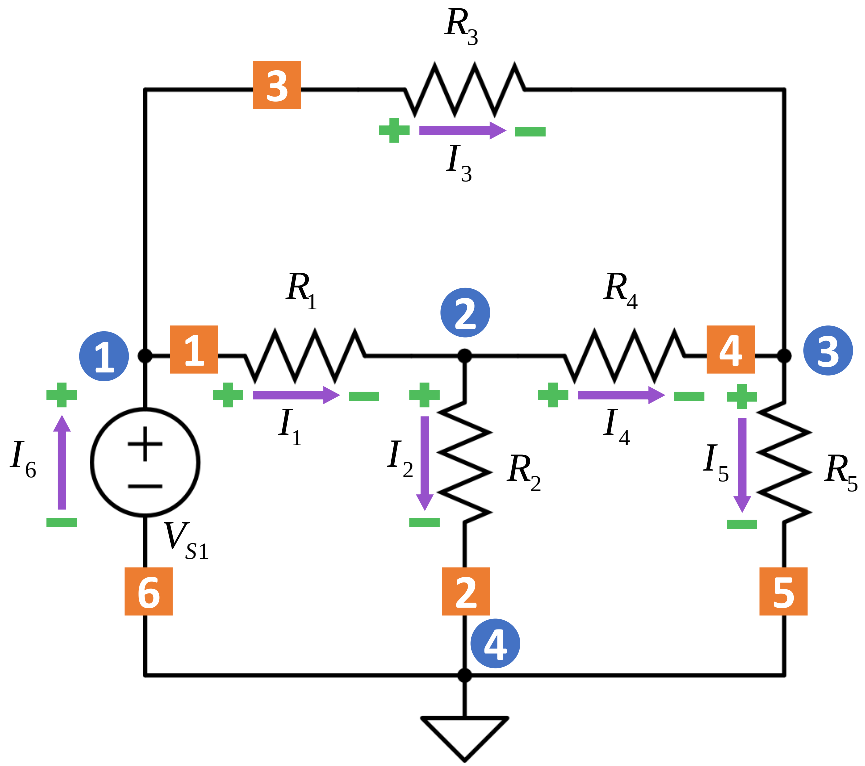
$M = 6$



שיטת זרמי חוגים (לולאות)

$$N = 4$$

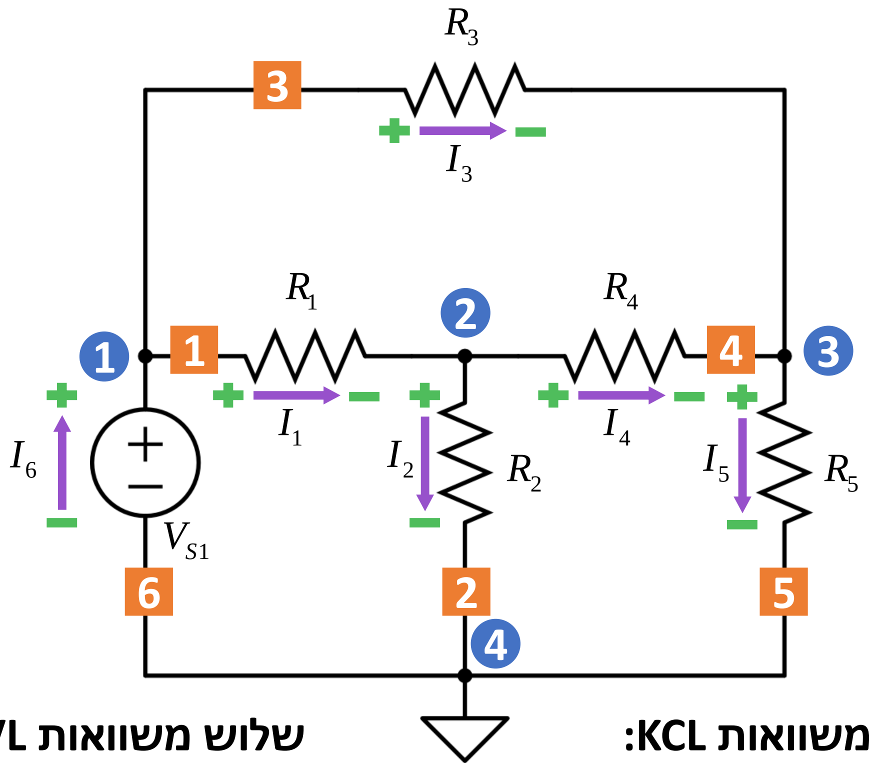
$$M = 6$$



שיטת זרמי חוגים (לולאות)

$N = 4$

$M = 6$



שלוש משוואות KVL:

$$-V_{S1} + I_1 R_1 + I_2 R_2 = 0$$

$$-I_1 R_1 + I_3 R_3 - I_4 R_4 = 0$$

$$-I_2 R_2 + I_4 R_4 + I_5 R_5 = 0$$

שלוש משוואות KCL:

1 $I_6 - I_1 - I_3 = 0$

2 $I_1 - I_2 - I_4 = 0$

3 $I_3 + I_4 - I_5 = 0$

שיטת זרמי חוגים (לולאות)

שלוש משוואות KCL:

1. $I_6 - I_1 - I_3 = 0$
2. $I_1 - I_2 - I_4 = 0$
3. $I_3 + I_4 - I_5 = 0$

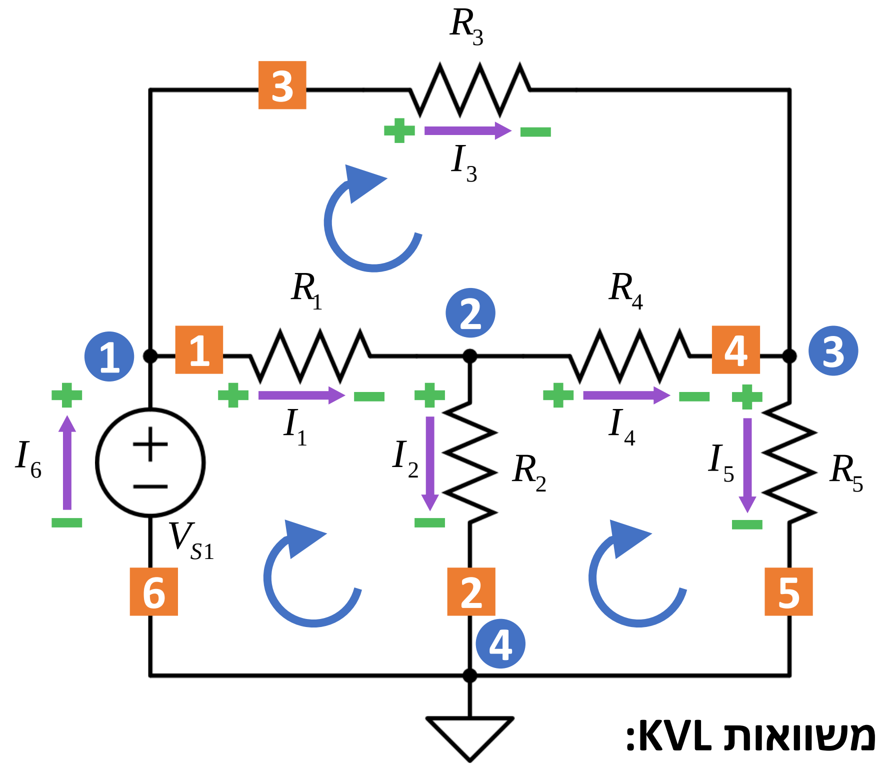
$$I_1 = I_6 - I_3$$
$$I_4 = I_5 - I_3$$
$$I_2 = I_6 - I_5$$

שלוש משוואות KVL:

$$-V_{S1} + I_1R_1 + I_2R_2 = 0$$
$$-I_1R_1 + I_3R_3 - I_4R_4 = 0$$
$$-I_2R_2 + I_4R_4 + I_5R_5 = 0$$

$$-V_{S1} + (I_6 - I_3)R_1 + (I_6 - I_5)R_2 = 0$$
$$-(I_6 - I_3)R_1 + I_3R_3 - (I_5 - I_3)R_4 = 0$$
$$-(I_6 - I_5)R_2 + (I_5 - I_3)R_4 + I_5R_5 = 0$$

שיטת זרמי חוגים (לולאות)



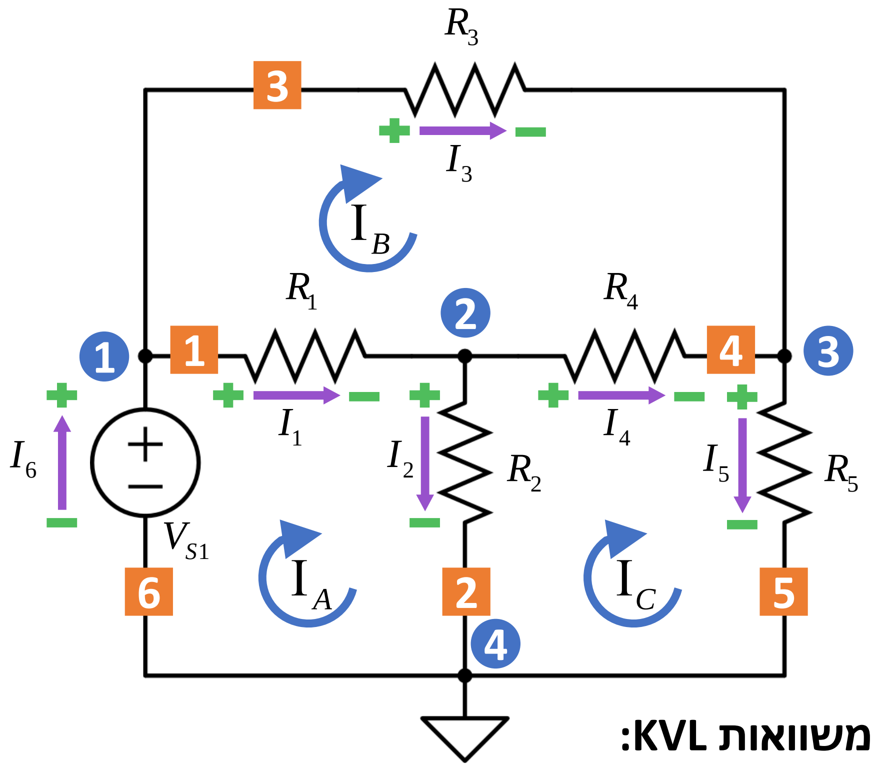
שלוש משוואות KVL:

$$-V_{S1}+\left(I_6-I_3\right)R_1+\left(I_6-I_5\right)R_2=0$$

$$-\left(I_6-I_3\right)R_1+I_3R_3-\left(I_5-I_3\right)R_4=0$$

$$-\left(I_6-I_5\right)R_2+\left(I_5-I_3\right)R_4+I_5R_5=0$$

שיטת זרמי חוגים (לולאות)



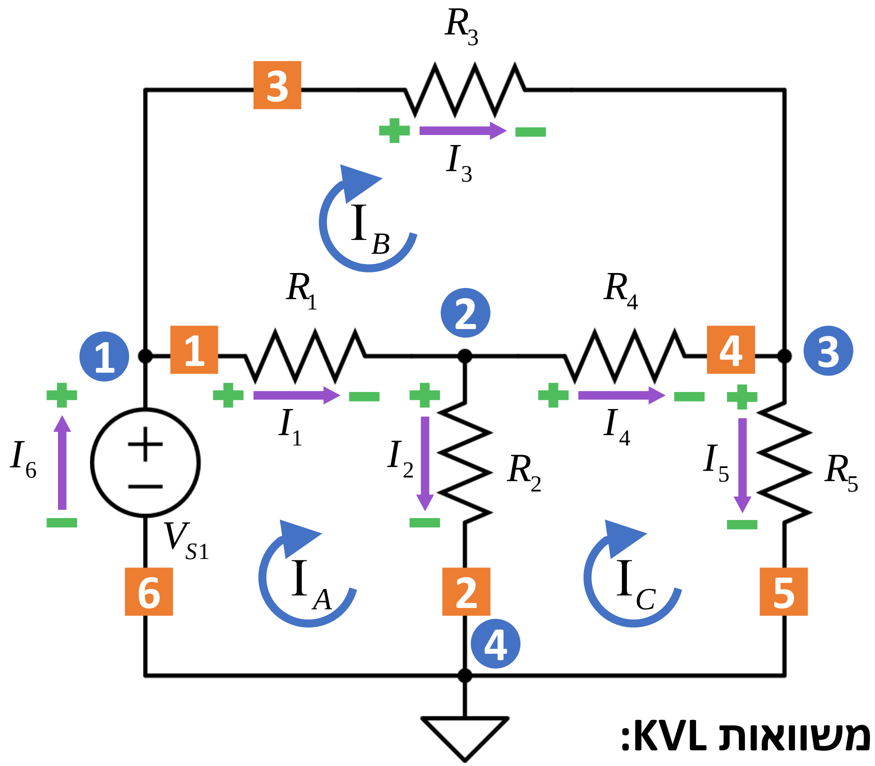
שלוש משוואות KVL:

$$-V_{S1}+\left(I_A-I_B\right)R_1+\left(I_A-I_C\right)R_2=0$$

$$-\left(I_A-I_B\right)R_1+I_BR_3-\left(I_C-I_B\right)R_4=0$$

$$-\left(I_A-I_C\right)R_2+\left(I_C-I_B\right)R_4+I_CR_5=0$$

שיטת זרמי חוגים (לולאות)



שלוש משוואות KVL:

$$\begin{bmatrix} R_1+R_2 & -R_1 & -R_2 \\ -R_1 & R_1+R_3+R_4 & -R_4 \\ -R_2 & -R_4 & R_2+R_4+R_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathrm{I}_A \\ \mathrm{I}_B \\ \mathrm{I}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{S1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

שיטת זרמי חוגים

שלבים:

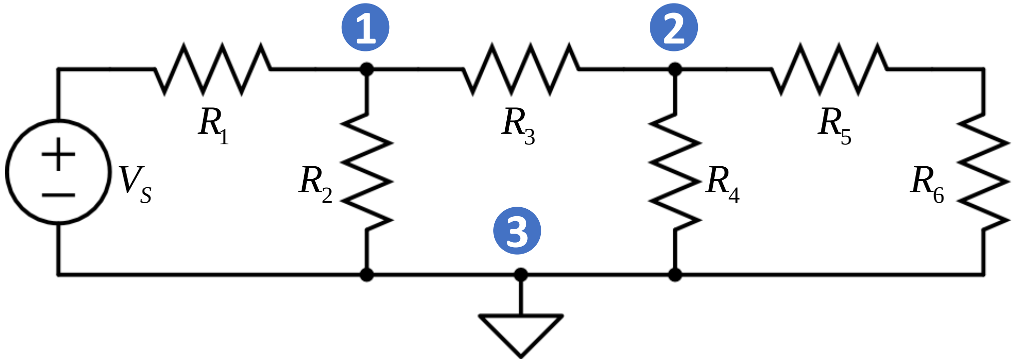
1. מצאו את מספר הצמתים במעגל שמחוברים אליהם **3** ענפים או יותר –
נסמן את המספר שלהם ב- **N**
2. מצאו את מספר מקטעי המעגל המחברים בין הצמתים הנ"ל –
נסמן את המספר שלהם ב-**M**
3. נסמן **M-(N-1)** זרמים החלקיים (בכיוון אחיד)
4. נרשום **N-1** משוואות **KVL** בעזרת הזרמים החלקיים
(אפשרי ישירות דרך המטריציונית)
5. נפתור את המשוואות שהתקבלו ונמצא את כל הזרמים החלקיים
6. נמצא את זרמי הענפים והמתחים על פני הרכיבים מהזרמים שמצאנו

שיטת זרמי חוגים - דוגמא

שלבים:

1. מצאו את מספר הצמתים במעגל שמחוברים אליהם **3** ענפים או יותר – נסמן את המספר שלהם ב- **N**

$$N = 3$$

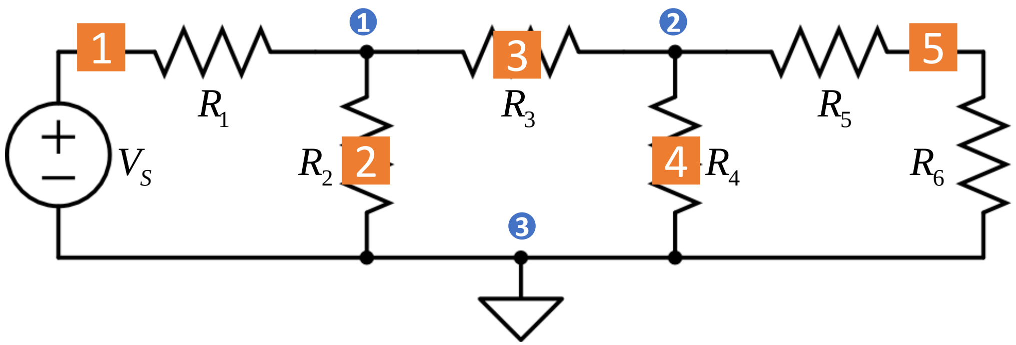


שיטת זרמי חוגים - דוגמא

שלבים:

2. מצאו את מספר מקטעי המעגל המחברים בין הצמתים הנ"ל –
נסמן את המספר שלהם ב-**M**

$$N = 3 \qquad M = 5$$

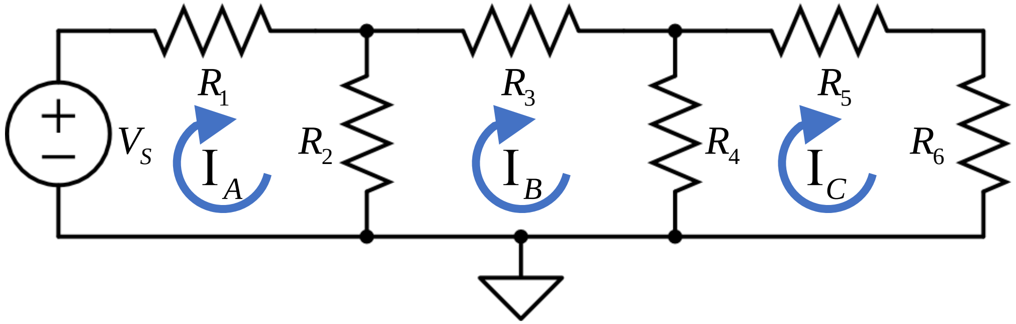


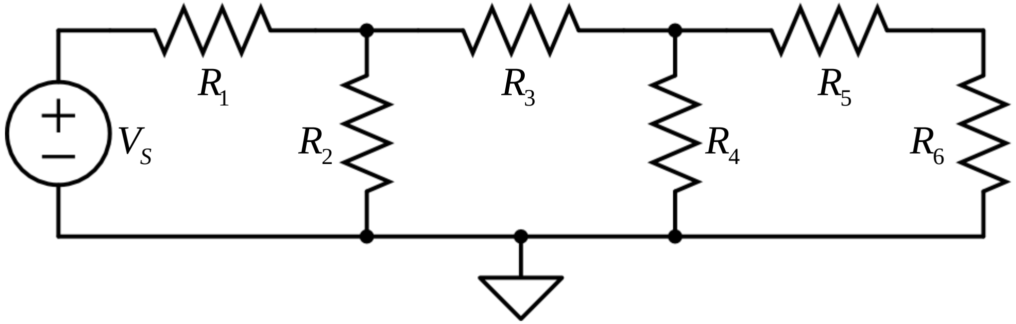
VIRTUALTAU
פדגוגיה דיגיטלית
אוניברסיטת תל אביב

שיטת זרמי חוגים - דוגמא

שלבים:

3. נרשום **M-(N-1)** זרמים חלקיים (בכיוון אחיד)



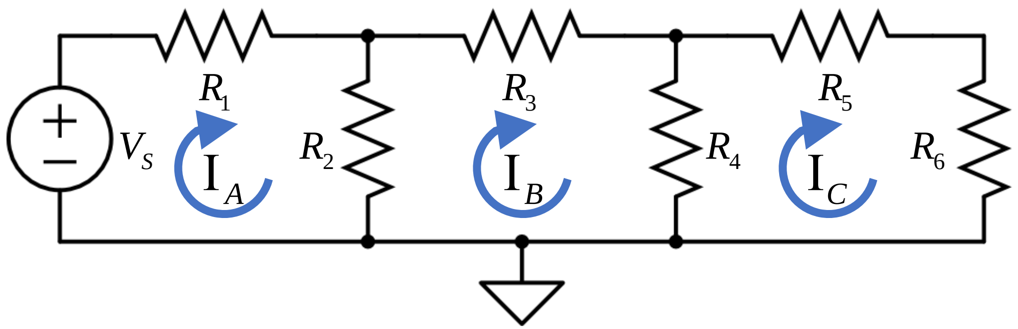


שיטת זרמי חוגים - דוגמא

שלבים:

4. נרשום $M-(N-1)=3$ משוואות **KVL** בעזרת הזרמים החלקיים (אפשרי ישירות דרך המטריציונית)

$$N = 3 \qquad M = 5$$



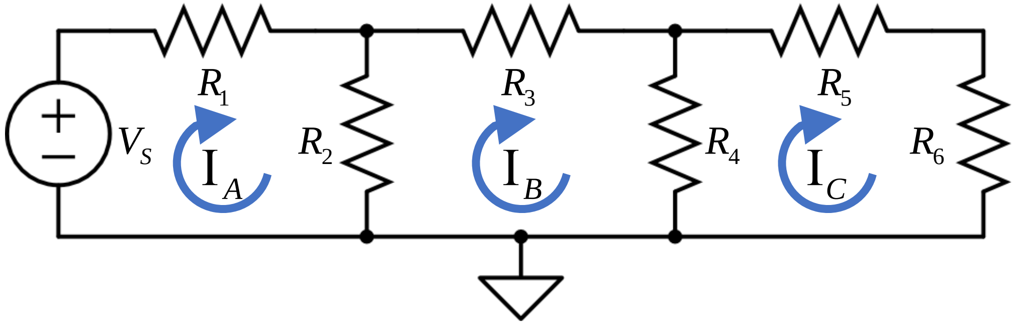
$$\begin{bmatrix} R_1+R_2 & -R_2 & 0 \\ -R_2 & R_2+R_3+R_4 & -R_4 \\ 0 & -R_4 & R_4+R_5+R_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_S \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

שיטת זרמי חוגים - דוגמא

שלבים:

5. נפתור את המשוואות שהתקבלו ונמצא את כל זרמי החלקיים

$$N=3 \qquad M=5$$

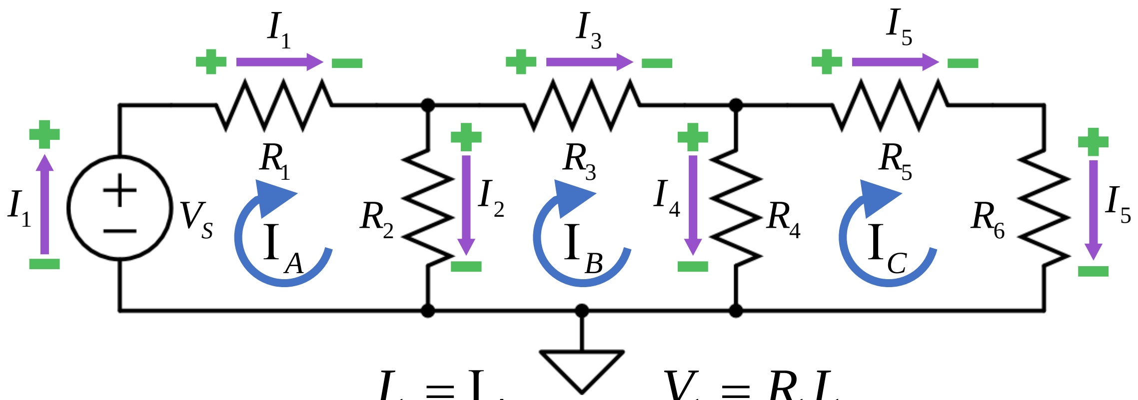


$$\begin{bmatrix} \mathrm{I}_A \\ \mathrm{I}_B \\ \mathrm{I}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1+R_2 & -R_2 & 0 \\ -R_2 & R_2+R_3+R_4 & -R_4 \\ 0 & -R_4 & R_4+R_5+R_6 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} V_S \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

שיטת זרמי חוגים - דוגמא

שלבים:

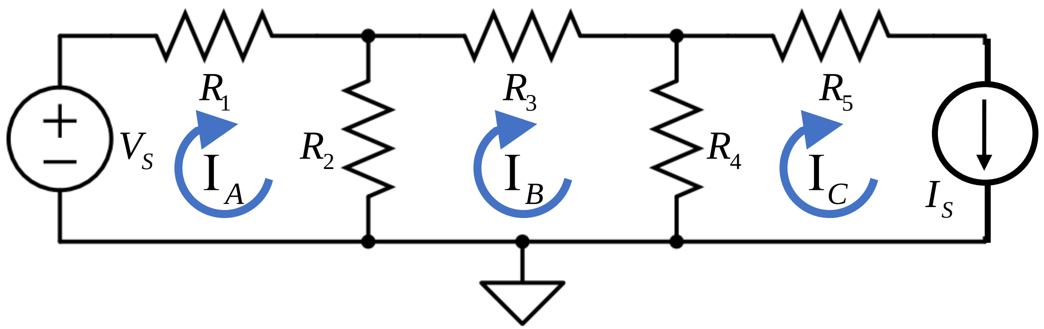
6. נמצא את זרמי הענפים והמתחים על פני הרכיבים מהזרמים שמצאנו



$$I_1 = I_A \qquad V_1 = R_1 I_1$$
$$I_2 = I_A - I_B \qquad V_2 = R_2 I_2$$
$$I_3 = I_B \qquad V_3 = R_3 I_3$$
$$I_4 = I_B - I_C \qquad V_4 = R_4 I_4$$
$$I_5 = I_C \qquad V_5 = R_5 I_5$$
$$V_6 = R_6 I_5$$

שיטת זרמי חוגים – מה עושים עם מקור זרם?

אם הוא בענף חיצוני...

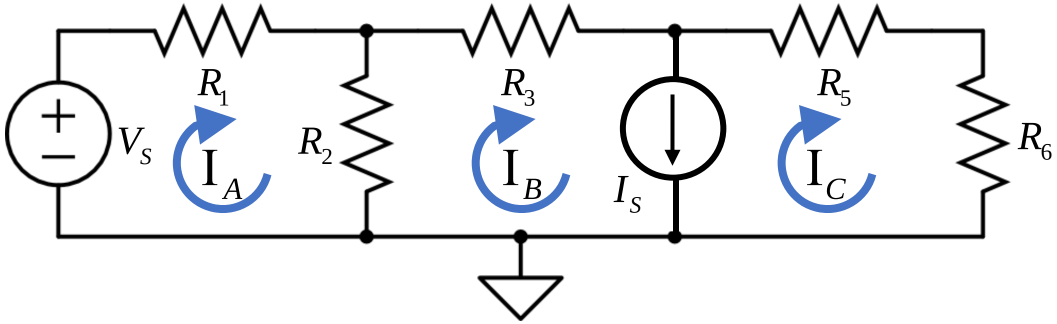


אז אין בעיה, הוא פשוט מוריד לנו נעלם אחד במערכת המשוואות

$$I_C = I_S$$

שיטת זרמי חוגים – מה עושים עם מקור זרם?

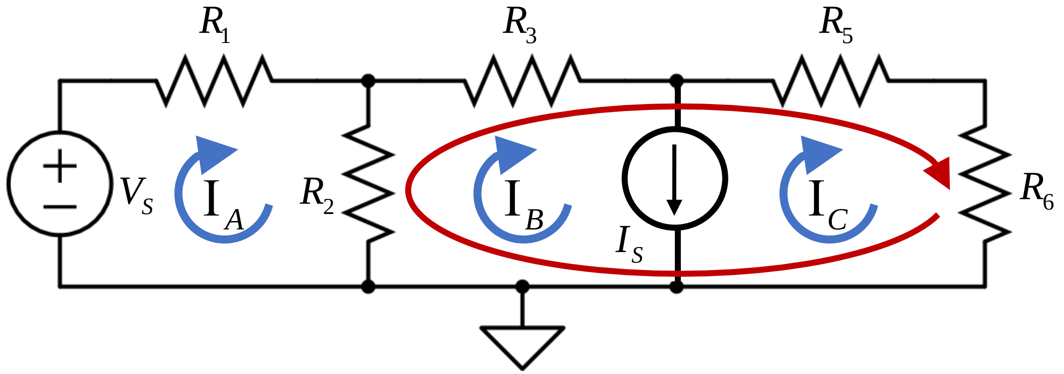
אם הוא בענף פנימי...



מה המתח על פנוי? איך נרשום את משוואות ה- KVL ?

שיטת זרמי חוגים – מה עושים עם מקור זרם?

הפתרון:

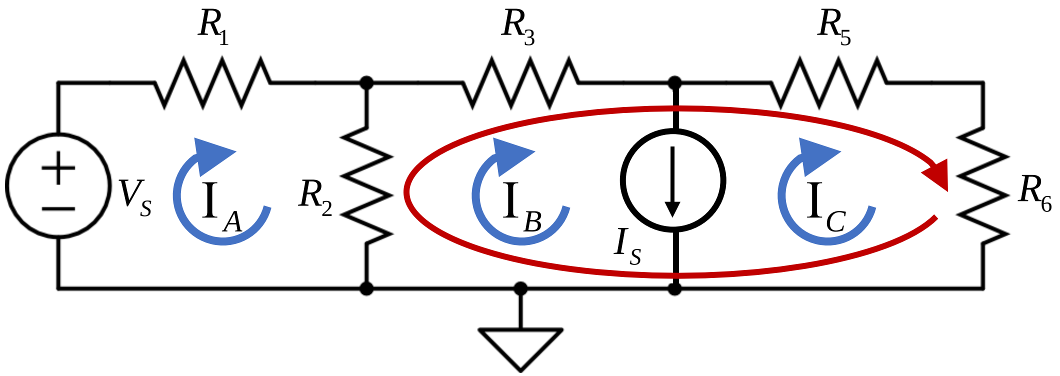


$$\left(I_B - I_A\right)R_2 + I_B R_3 + I_C R_5 + I_C R_6 = 0$$

$$I_B - I_C = I_S$$

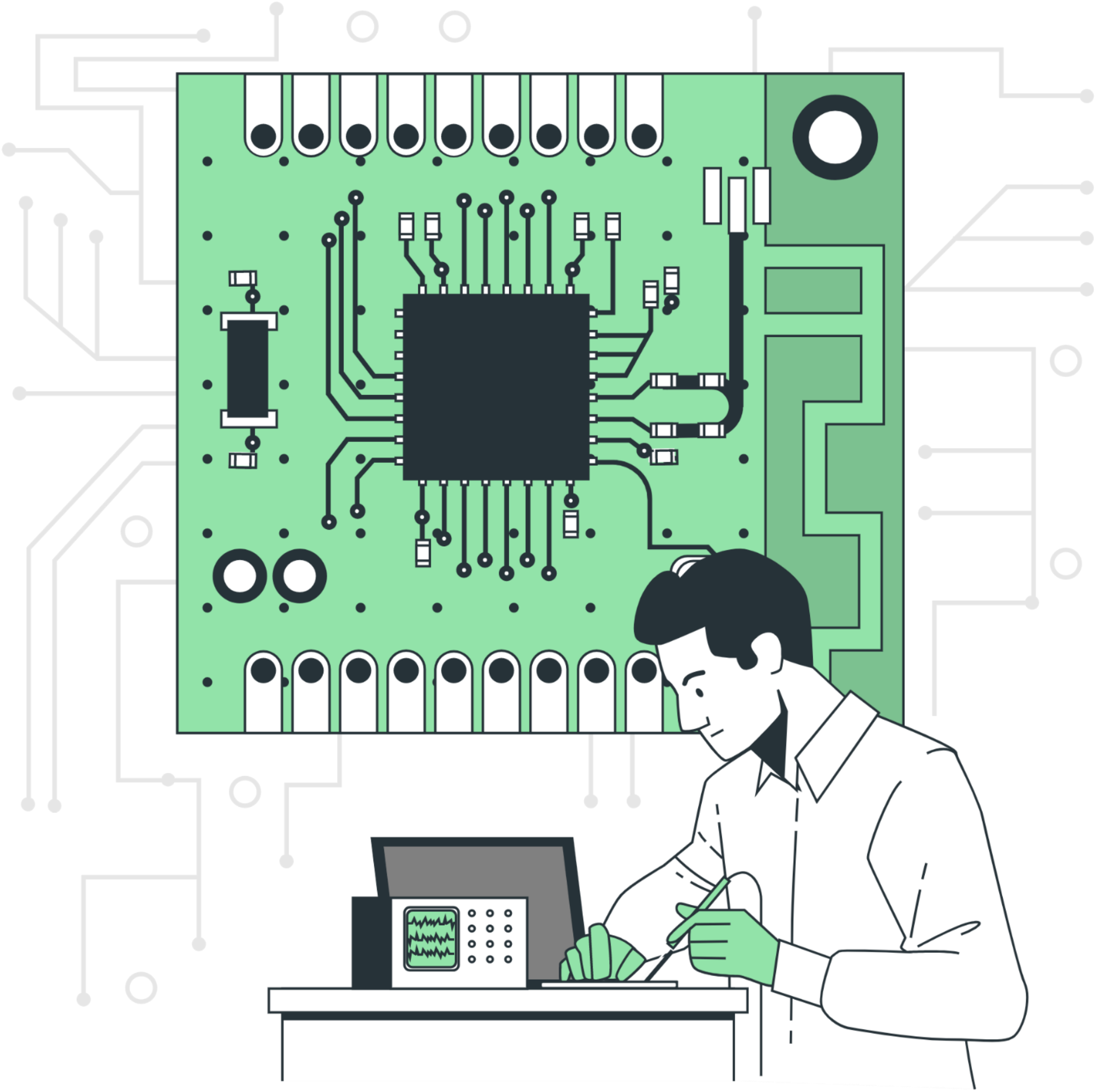
שיטת זרמי חוגים – מה עושים עם מקור זרם?

הפתרון:



$$\begin{bmatrix} R_1+R_2 & -R_2 & 0 \\ -R_2 & R_2+R_3 & R_5+R_6 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_S \\ 0 \\ I_S \end{bmatrix}$$

VIRTUALTAU
פדגוגיה דיגיטלית
אוניברסיטת תל אביב



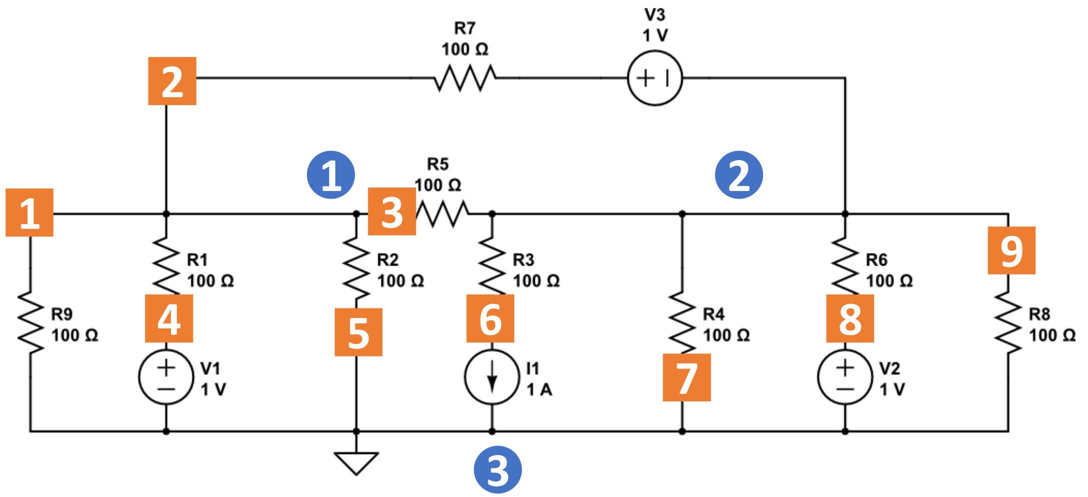
מעגלים ומערכות ליניאריות

פרופ' אבישי אייל

יחידה 1: מעגלי זרם ישר

מקטע 1.8: שיטות לפתרון מעגלים III

שיטת מתחי צמתים



שיטת מתחי צמתים

שלבים:

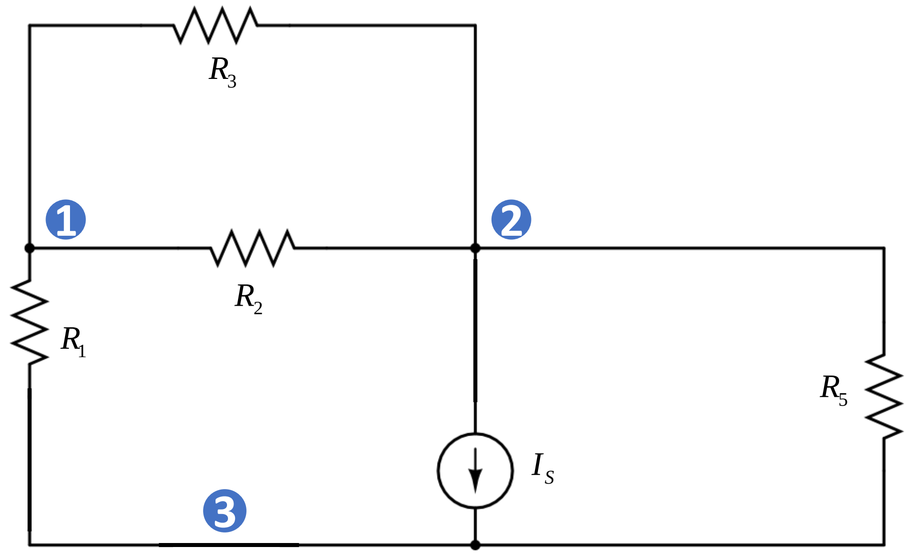
1. מצאו את מספר הצמתים במעגל שמחוברים אליהם **3** ענפים או יותר – נסמן את המספר שלהם ב- **N**
2. נבחר אחד מהם כצומת ייחוס ונסמן אותו
3. נסמן **N-1** מתחי צמתים
4. נסמן את כיווני הייחוס של הזרמים במקטעי המעגל המחברים בין כל הצמתים
5. נרשום **N-1** משוואות **KCL** לכל הצמתים חוץ מצומת הייחוס (אפשר בצורה מטריציונית)
6. נפתור את המשוואות שהתקבלו ונמצא את מתחי הצמתים
7. נמצא את זרמי הענפים והמתחים על פני הרכיבים מהמתחים שמצאנו

שיטת מתחי צמתים

שלבים:

1. מצאו את מספר הצמתים במעגל שמחוברים אליהם **3** ענפים או יותר – נסמן את המספר שלהם ב- **N**

$$N = 3$$

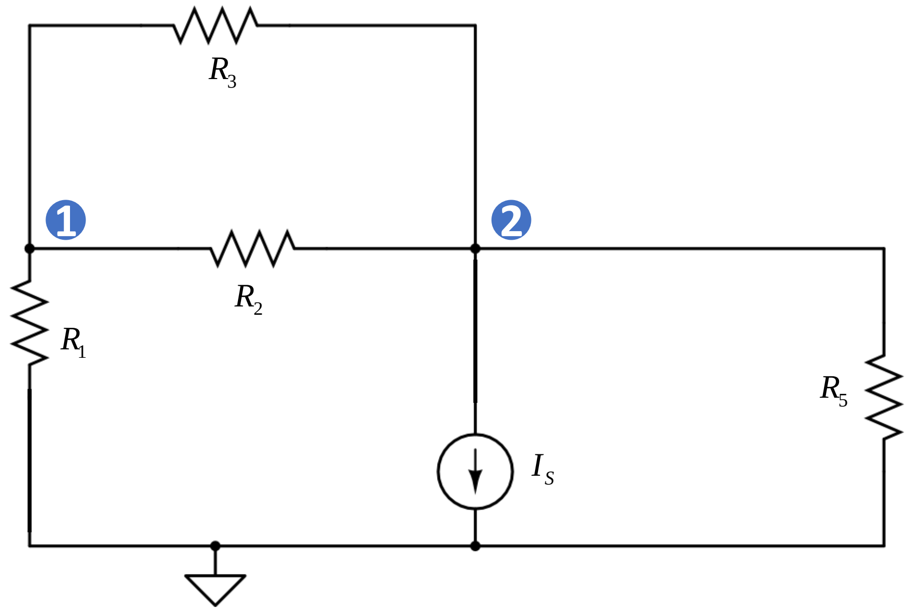


שיטת מתחי צמתים

שלבים:

2. נבחר אחד מהם כצומת ייחוס ונסמן אותו

$N = 3$

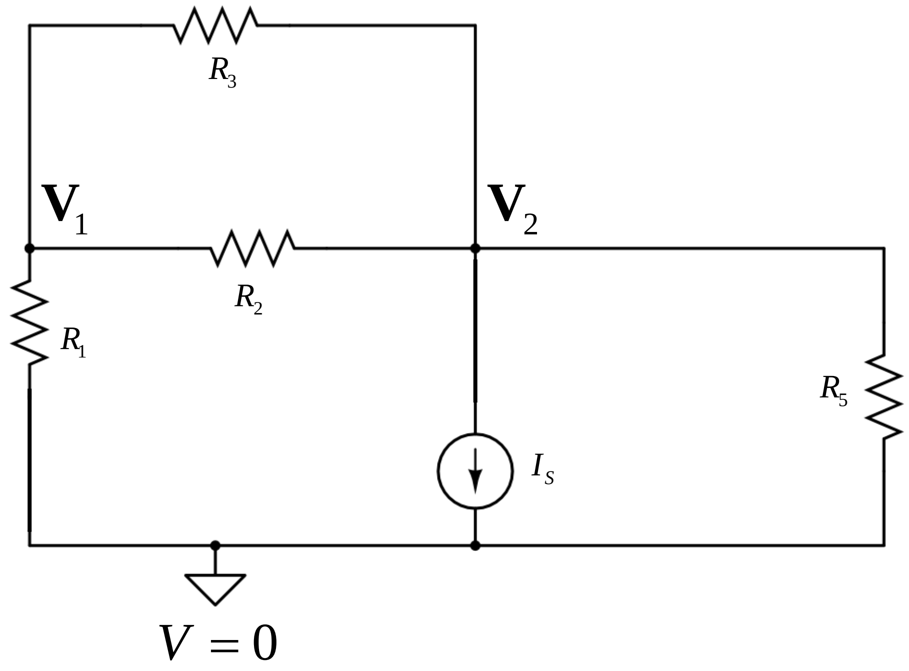


$V = 0$

שיטת מתחי צמתים

שלבים:

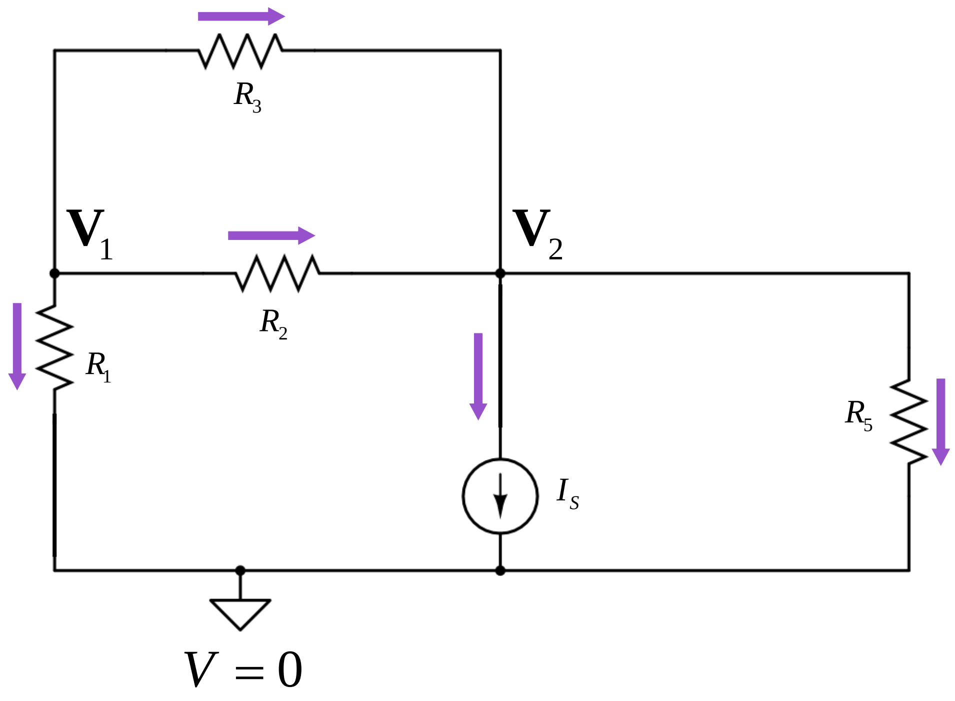
3. נסמן **N-1=2** מתחי צמתים



שיטת מתחי צמתים

שלבים:

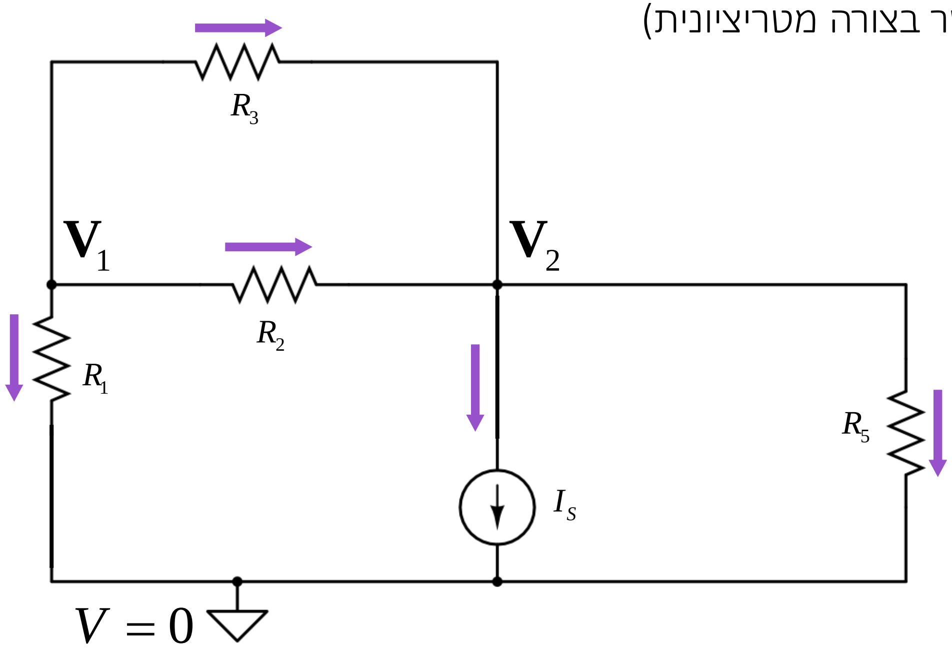
4. נסמן את כיווני הייחוס של הזרמים במקטעי המעגל המחברים בין כל הצמתים



שיטת מתחי צמתים

שלבים:

5. נרשום **N-1** משוואות **KCL** לכל הצמתים חוץ מצומת הייחוס (אפשר בצורה מטריציונית)

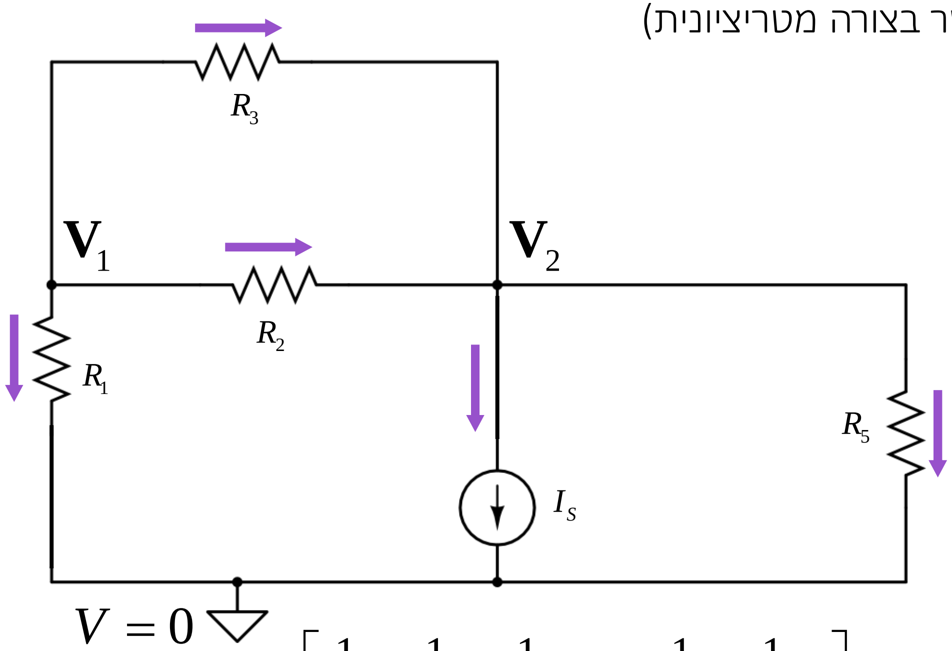


$$\frac{\mathbf{V}_1}{R_1}+\frac{(\mathbf{V}_1-\mathbf{V}_2)}{R_2}+\frac{(\mathbf{V}_1-\mathbf{V}_2)}{R_3}=0 \qquad \frac{(\mathbf{V}_2-\mathbf{V}_1)}{R_2}+\frac{(\mathbf{V}_2-\mathbf{V}_1)}{R_3}+I_S+\frac{\mathbf{V}_2}{R_5}=0$$

שיטת מתחי צמתים

שלבים:

5. נרשום **N-1** משוואות **KCL** לכל הצמתים חוץ מצומת הייחוס (אפשר בצורה מטריציונית)



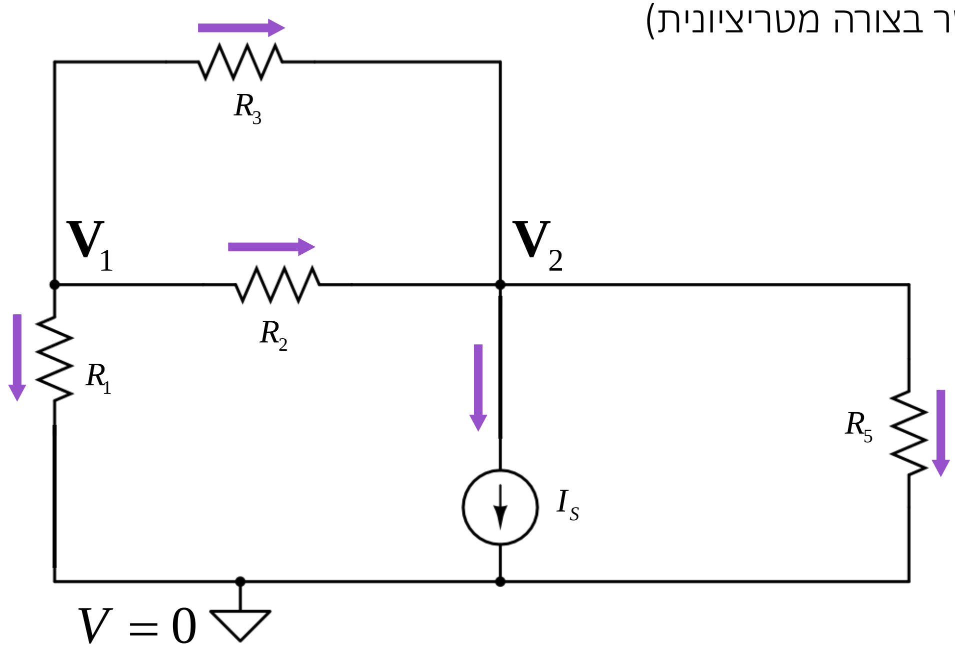
$$\frac{1}{R} \equiv G$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3} & -\frac{1}{R_2}-\frac{1}{R_3} \\ -\frac{1}{R_2}-\frac{1}{R_3} & \frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{V}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -I_S \end{bmatrix}$$

שיטת מתחי צמתים

שלבים:

5. נרשום **N-1** משוואות **KCL** לכל הצמתים חוץ מצומת הייחוס (אפשר בצורה מטריציונית)

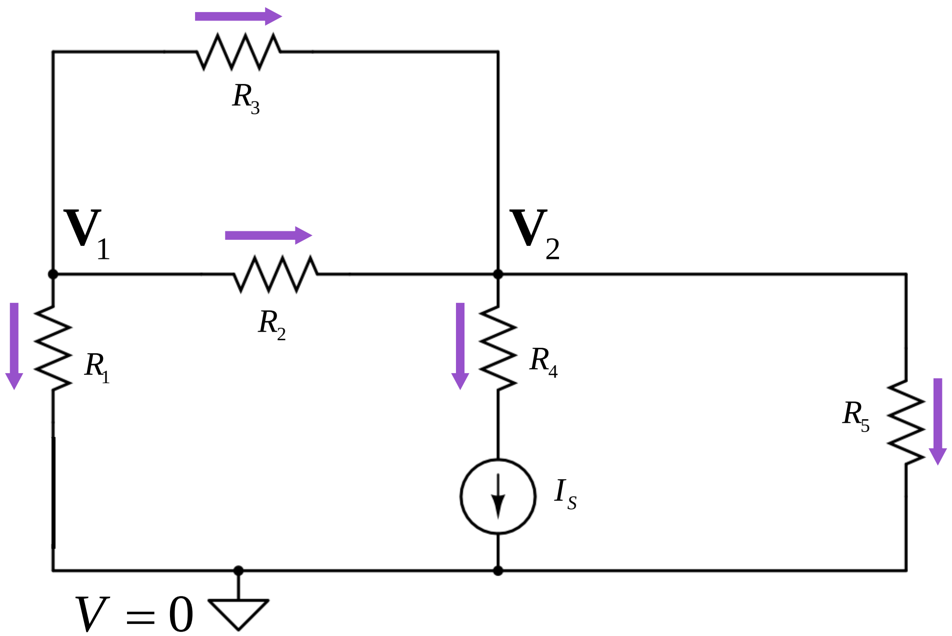


מטריצת המוליכויות

$$\begin{bmatrix} G_1+G_2+G_3 & -G_2-G_3 \\ -G_2-G_3 & G_2+G_3+G_5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{V}_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 \\ -I_S \end{bmatrix}$$

שאלה

כיצד ישתנו משוואות ה- KCL אם מקור הזרם מחובר בטור לנגד?



?

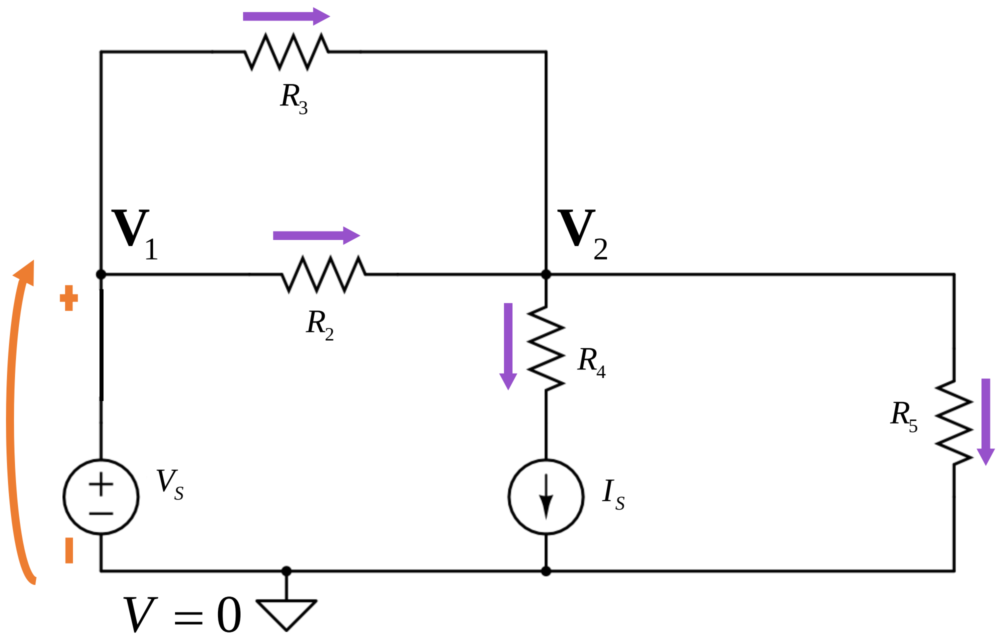
$$\begin{bmatrix} G_1 + G_2 + G_3 & -G_2 - G_3 \\ -G_2 - G_3 & G_2 + G_3 + G_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{V}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -I_S \end{bmatrix}$$

שאלה

כיצד ישתנו משוואות ה- KCL אם מקור הזרם מחובר בטור לנגד?

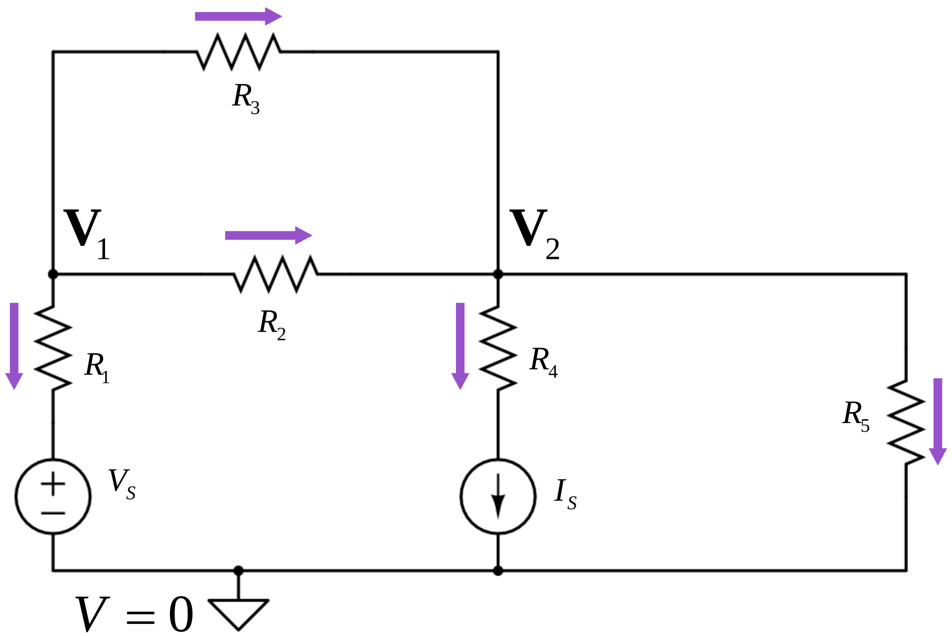
1. לא ישתנו
2. המוליכות שלו תתווסף לאלכסון של מטריצת המוליכויות
3. המוליכות שלו תתווסף בסימן שלילי לאיברים שמחוץ לאלכסון של מטריצת המוליכויות
4. 2 ו-3 נכונים

מה קורה כאשר יש מקור מתח בין צומת כלשהו לצומת הייחוס?

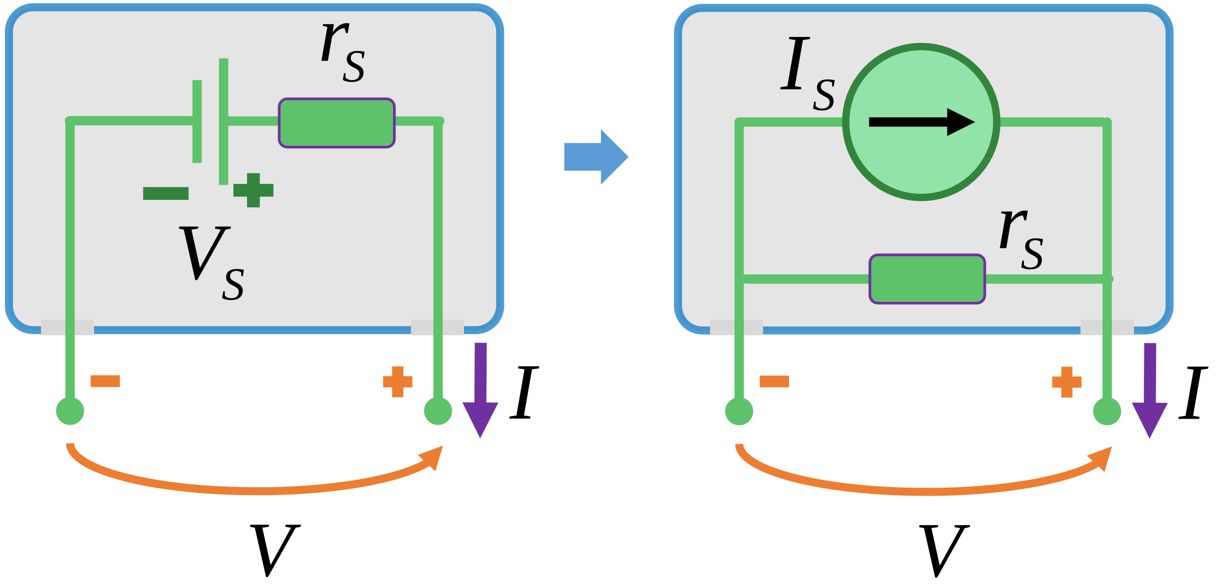


ברור ש $\mathbf{V}_1 = V_S$ ולכן נעלם אחד יורד

ומה קורה כאשר יש מקור מתח בטור לאחד הנגדים?

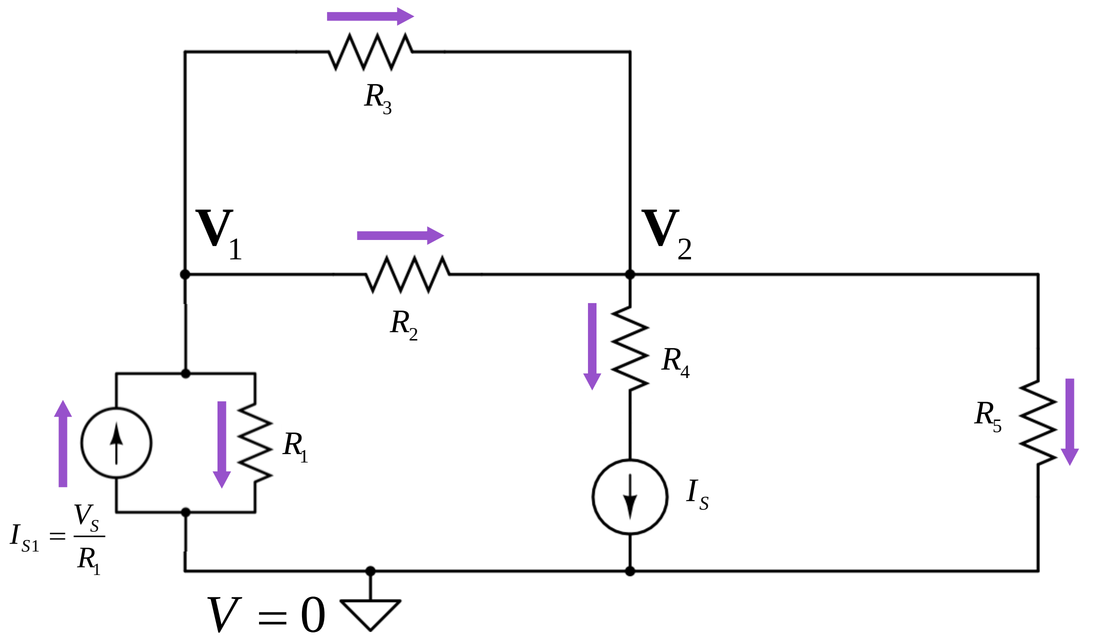


ראינו שאפשר להחליף:



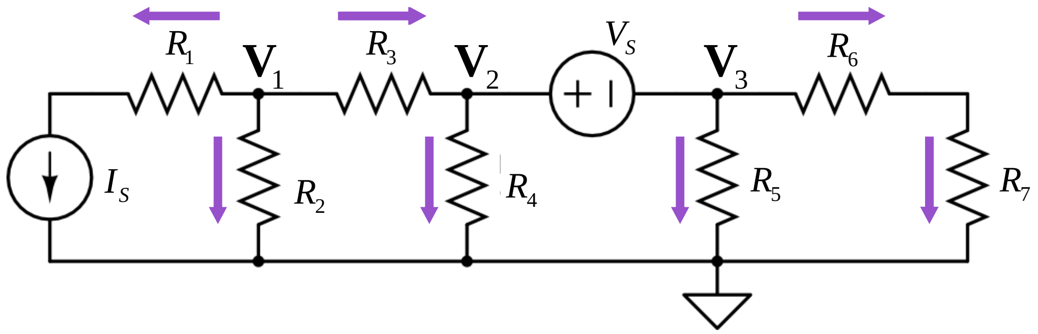
$$I_s = \frac{V_s}{r_s} = g_s V_s$$

מקור מתח בטור לאחד הנגדים

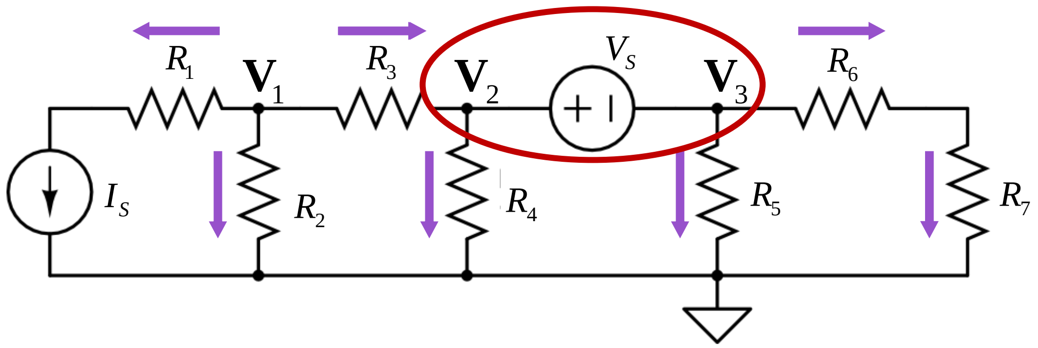


$$\begin{bmatrix} G_1 + G_2 + G_3 & -G_2 - G_3 \\ -G_2 - G_3 & G_2 + G_3 + G_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{V}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_1 V_S \\ -I_S \end{bmatrix}$$

ומה קורה כאשר יש מקור מתח בין שני צמתים?



ומה קורה כאשר יש מקור מתח בין שני צמתים?



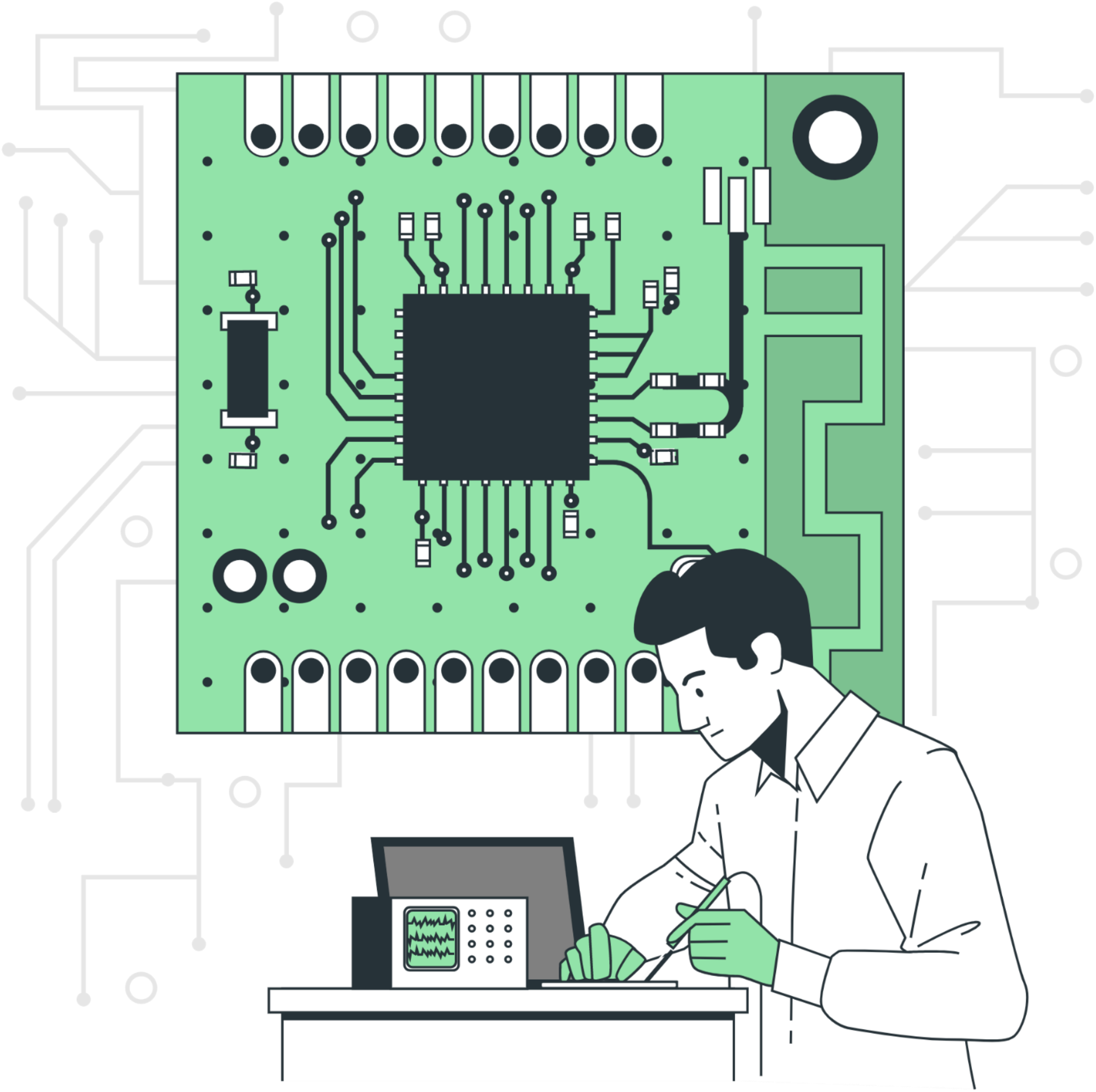
KCL לצומת 1

$$I_S + \frac{\mathbf{V}_1}{R_2} + \frac{\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2}{R_3} = 0$$

$$\frac{\mathbf{V}_2 - \mathbf{V}_1}{R_3} + \frac{\mathbf{V}_2}{R_4} + \frac{\mathbf{V}_3}{R_5} + \frac{\mathbf{V}_3}{R_6 + R_7} = 0$$

$$\mathbf{V}_2 - \mathbf{V}_3 = V_S$$

VIRTUALTAU
פדגוגיה דיגיטלית
אוניברסיטת תל אביב



מעגלים ומערכות ליניאריות

פרופ' אבישי אייל

יחידה 1: מעגלי זרם ישר

מקטע 1.9: סופרפוזיציה, תבנין ונורטון

עיקרון הסופרפוזיציה במעגלים

נניח לדוגמא שקיבלנו:

$$\begin{bmatrix} R_1+R_2 & -R_2 & 0 \\ -R_2 & R_2+R_3 & R_5+R_6 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \mathrm{I}_A \\ \mathrm{I}_B \\ \mathrm{I}_C \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} V_S \\ 0 \\ I_S \end{bmatrix}$$

EXAMPLE

$$\begin{bmatrix} \mathrm{I}_A \\ \mathrm{I}_B \\ \mathrm{I}_C \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} R_1+R_2 & -R_2 & 0 \\ -R_2 & R_2+R_3 & R_5+R_6 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix} V_S \\ 0 \\ I_S \end{bmatrix}$$

$$\vec{X} = \mathbf{R}^{-1} \; \vec{S}$$

זרמים/מתחים נעלמים

התנגדויות/מוליכויות

מקורות

עיקרון הסופרפוזיציה במעגלים

$$\vec{X} = \mathbf{R}^{-1}\begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} = \mathbf{R}^{-1}\left\{\begin{bmatrix} S_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ S_2 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ S_3 \end{bmatrix}\right\}$$

$$\vec{X} = \mathbf{R}^{-1}\begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} = \underbrace{\mathbf{R}^{-1}\begin{bmatrix} S_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\vec{X}_1} + \underbrace{\mathbf{R}^{-1}\begin{bmatrix} 0 \\ S_2 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\vec{X}_2} + \underbrace{\mathbf{R}^{-1}\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ S_3 \end{bmatrix}}_{\vec{X}_3}$$

$$\vec{X} = \vec{X}_1 + \vec{X}_2 + \vec{X}_3$$

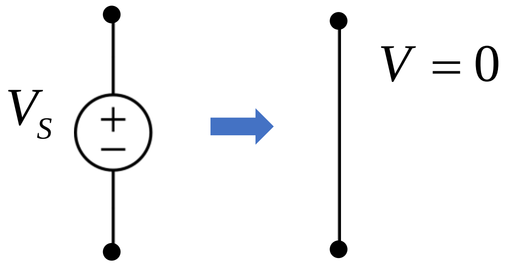
עיקרון הסופרפוזיציה במעגלים

המתח/זרם על כל אלמנט במעגל הוא הסכום האלגברי של התרומות החלקיות של כל המקורות הבלתי תלויים.

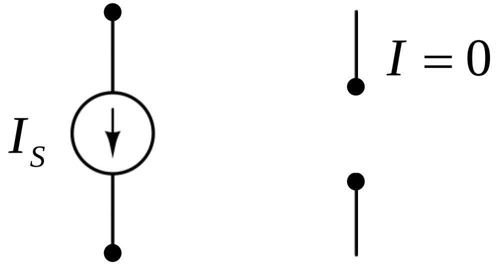
את התרומה החלקית של כל מקור נמצא מפתרון המעגל כאשר, כל המקורות הבלתי תלויים בו מאופסים, מלבד המקור שאת תרומתו החלקית אנחנו מחפשים.

כיצד מאפסים מקור?

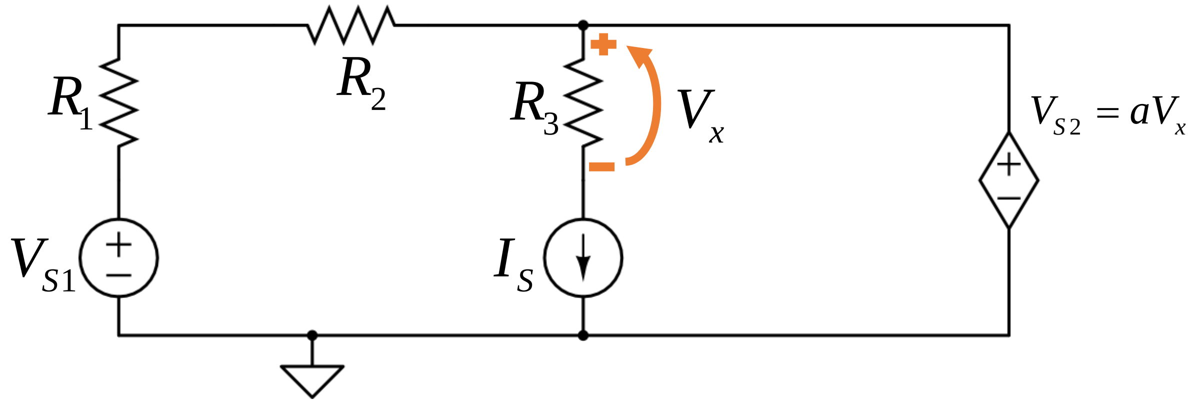
מקור מתח נחליף ב**קצר** (מוליך מושלם)



מקור זרם נחליף ב**נתק**

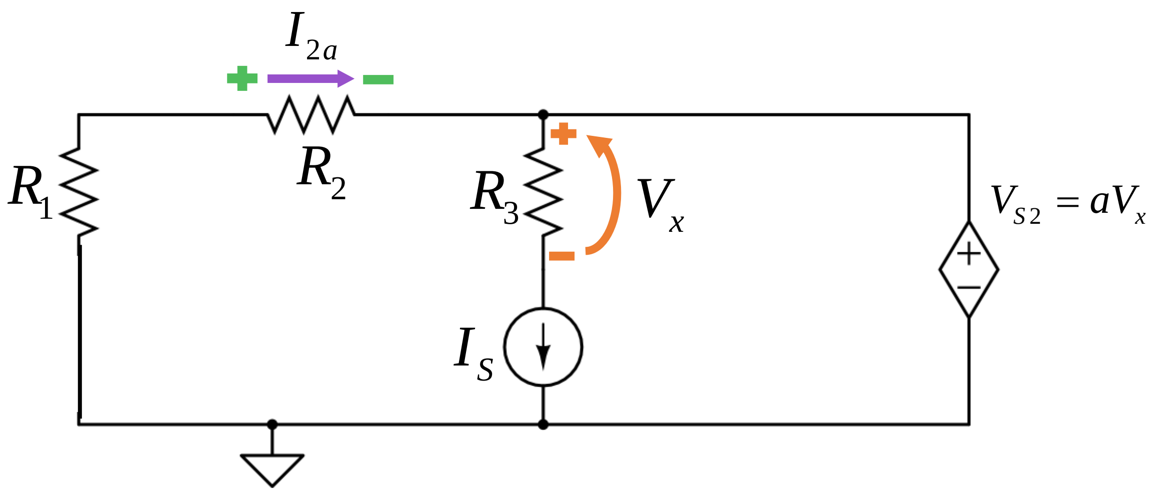


דוגמא לשימוש בסופרפוזיציה



במעגל שלפנינו, מצאו את הזרם בנגד **R2**
בעזרת שימוש בעיקרון הסופרפוזיציה.

שלב א': נאפס את מקור המתח V_{S1} ונמצא את הזרם ב- R_2

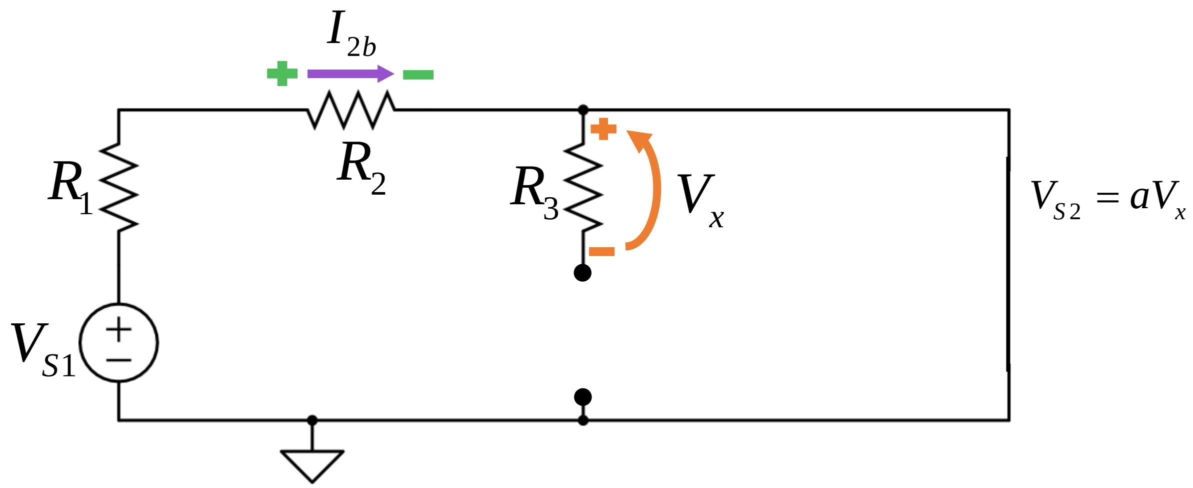


קל לראות ש - $V_x = R_3 I_S$

ולכן - $V_{S2} = aR_3 I_S$

ומכאן - $I_{2a} = -aR_3 I_s / (R_2 + R_1)$

שלב ב': נאפס את מקור הזרם I_S ונמצא את הזרם ב- R_2



ועכשיו, קל לראות ש - $V_x = 0$

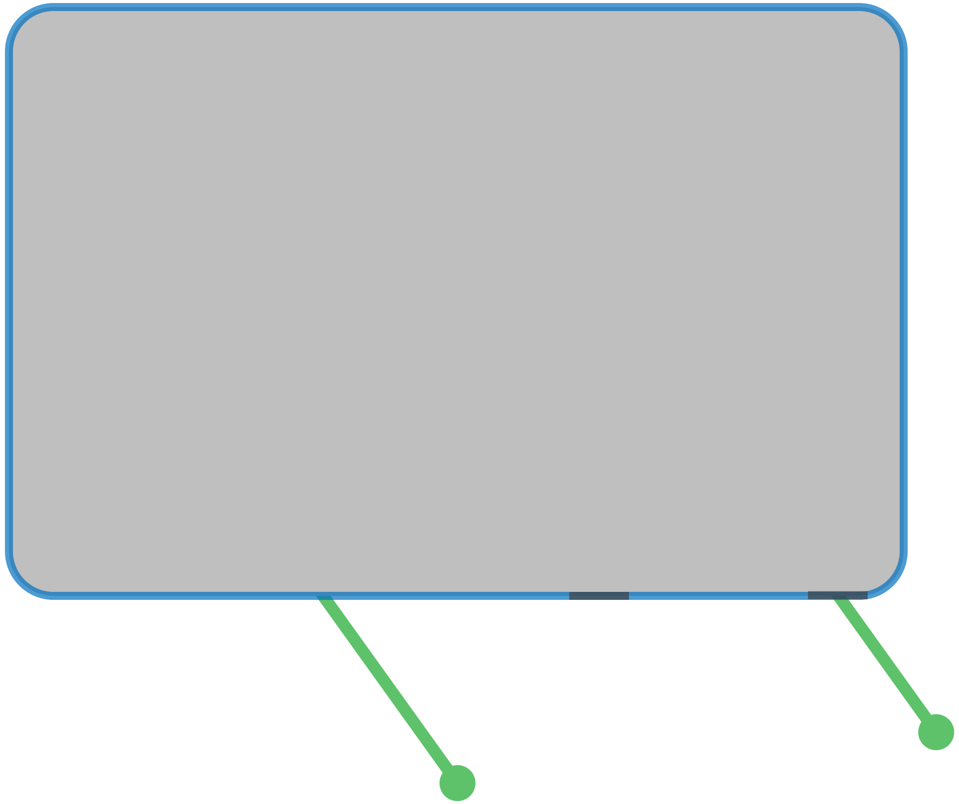
ולכן - $V_{S2} = 0$

ומכאן - $I_{2b} = V_{S1}/(R_2 + R_1)$

ומכאן - $I_2 = I_{2a} + I_{2b} = -aR_3I_s/(R_2 + R_1) + V_{S1}/(R_2 + R_1)$

משפט תבנין

שקול תבנין



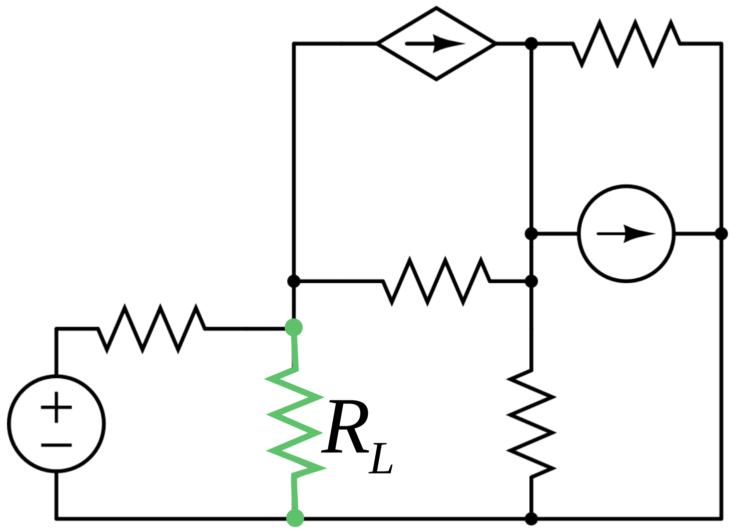
משפט תבנין

כל רשת חשמלית ליניארית עם שני הדקים
אקוויולנטית למקור מתח שמחובר בטור לנגד

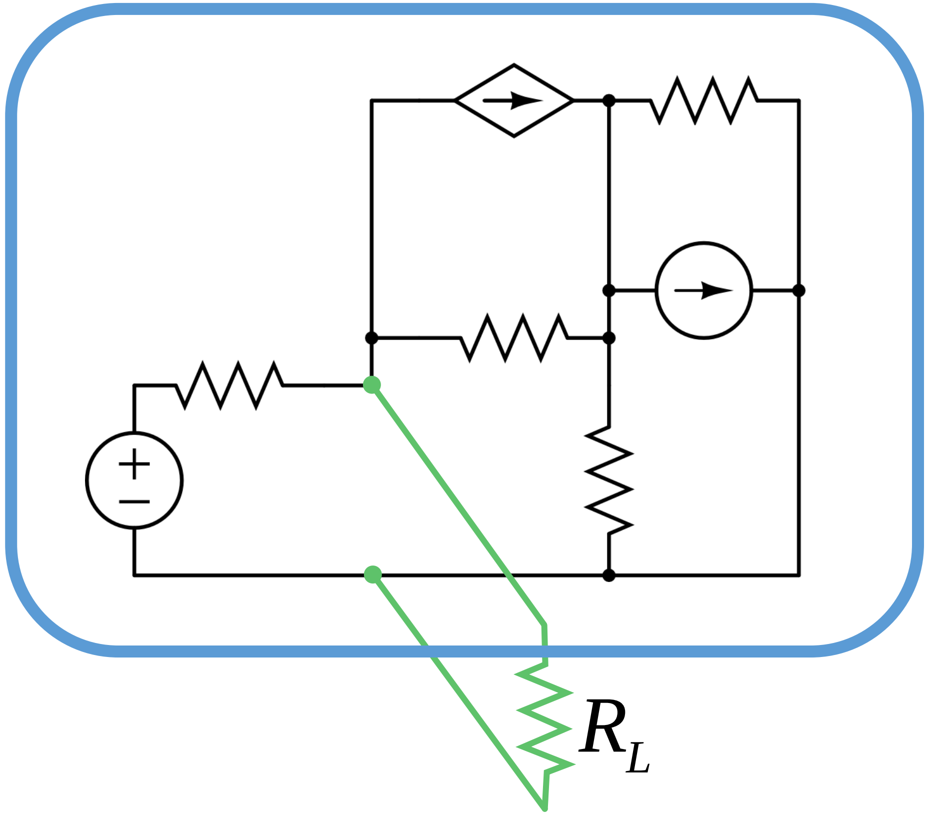
המתח של מקור המתח - V_T

התנגדות הנגד - R_T

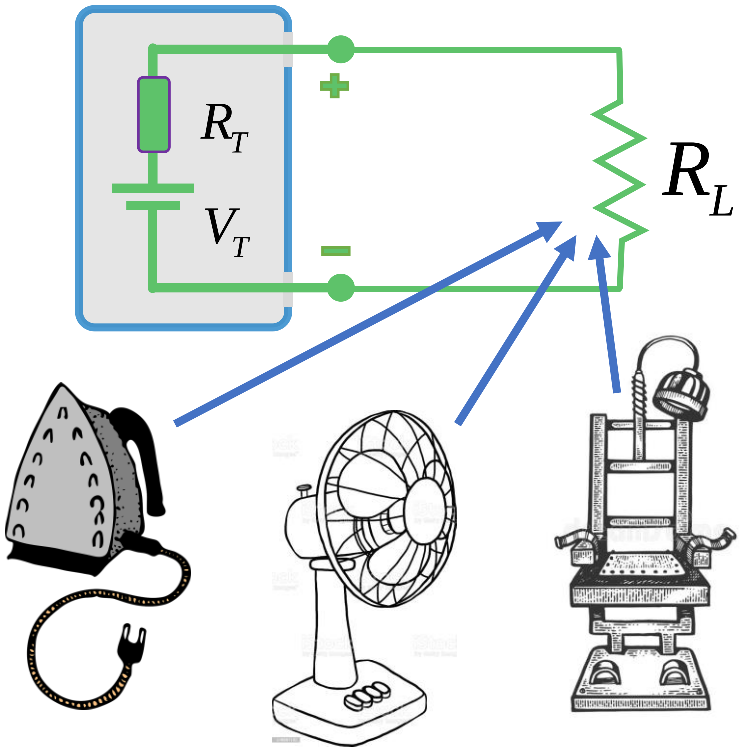
מתי נשתמש בו?



מתי נשתמש בו?



מתי נשתמש בו?



איך מוצאים את V_T ו- R_T?

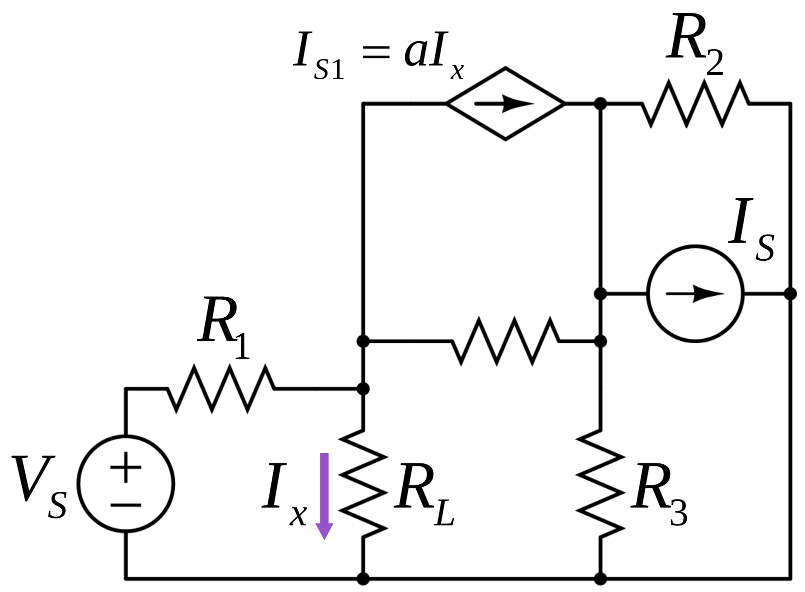
מציאת V_T :
מחליפים את נגד העומס בנתק ומוצאים את המתח.
למתח הזה קוראים בדרך כלל **V_{OC} = V open circuit**

המתח של מקור המתח - $$V_T = V_{OC}$$

מציאת R_T:
מחליפים את נגד העומס בקצר ומוצאים את הזרם.
לזרם הזה קוראים בדרך כלל **I_{SC} = I short circuit**

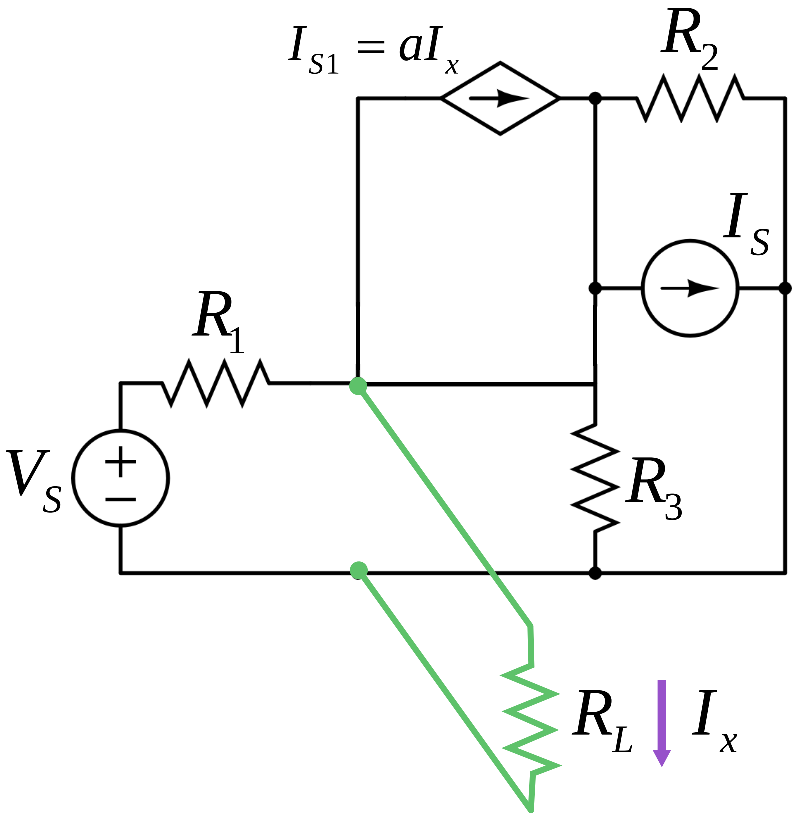
התנגדות הנגד - $$R_T = \frac{V_{OC}}{I_{SC}}$$

דוגמא:

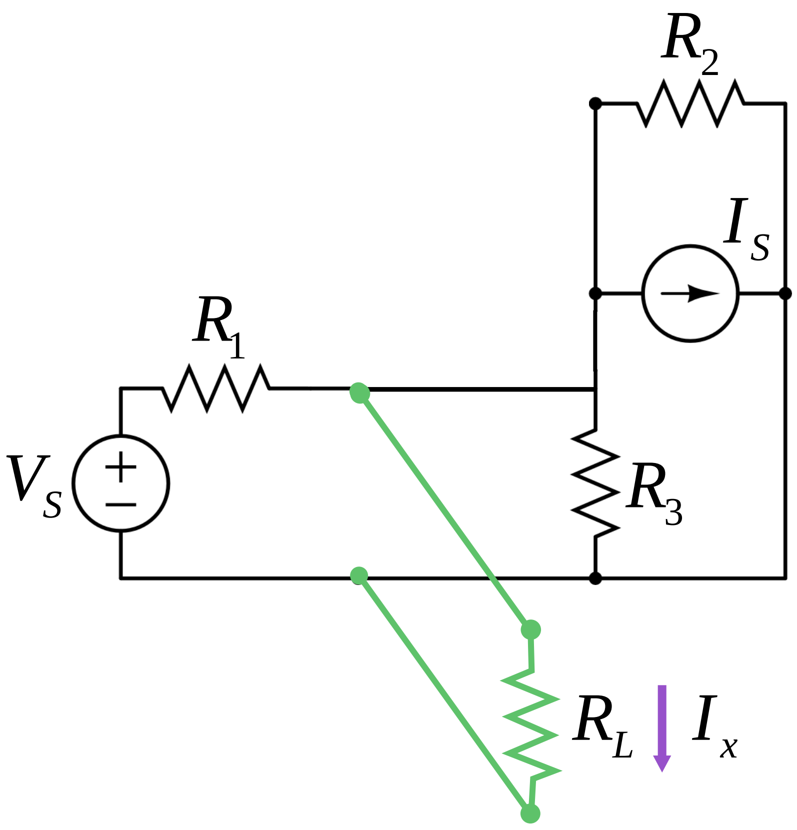


מצא את שקול התבנין "שרואה" נגד העומס.

דוגמא:

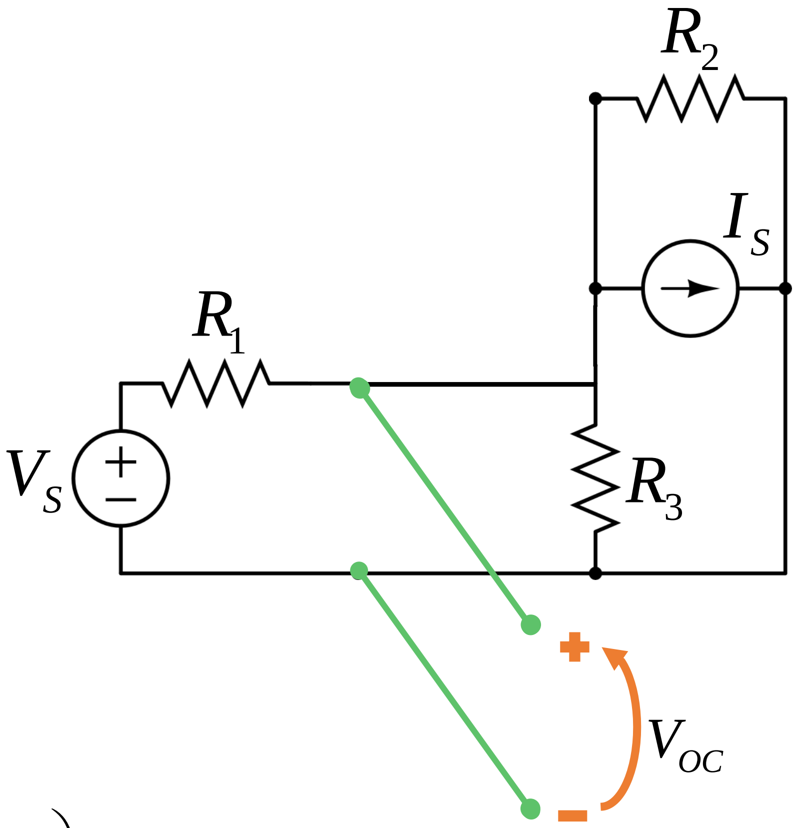


שלב א': מציאת V_{OC}



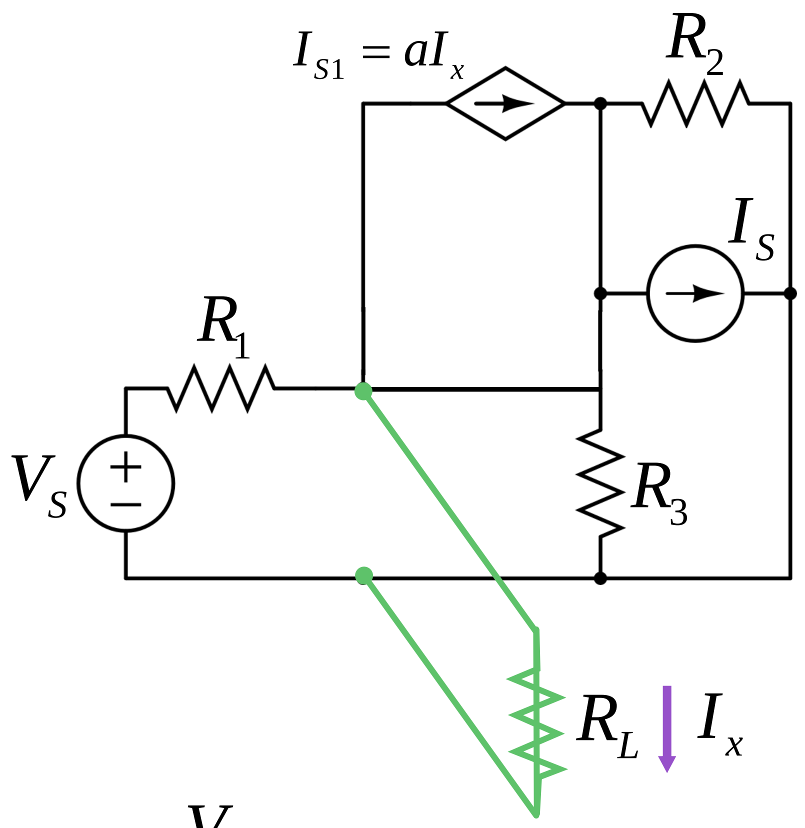
$$\Rightarrow \quad I_x = 0$$

שלב א': מציאת V_{OC}



$$V_T = V_{OC} = \left(\frac{V_S}{R_1} - I_S\right)\left(R_1 \parallel R_2 \parallel R_3\right)$$

שלב ב': מציאת I_{SC}



$$I_{SC} = I_x = \frac{V_S}{R_1} - I_S$$

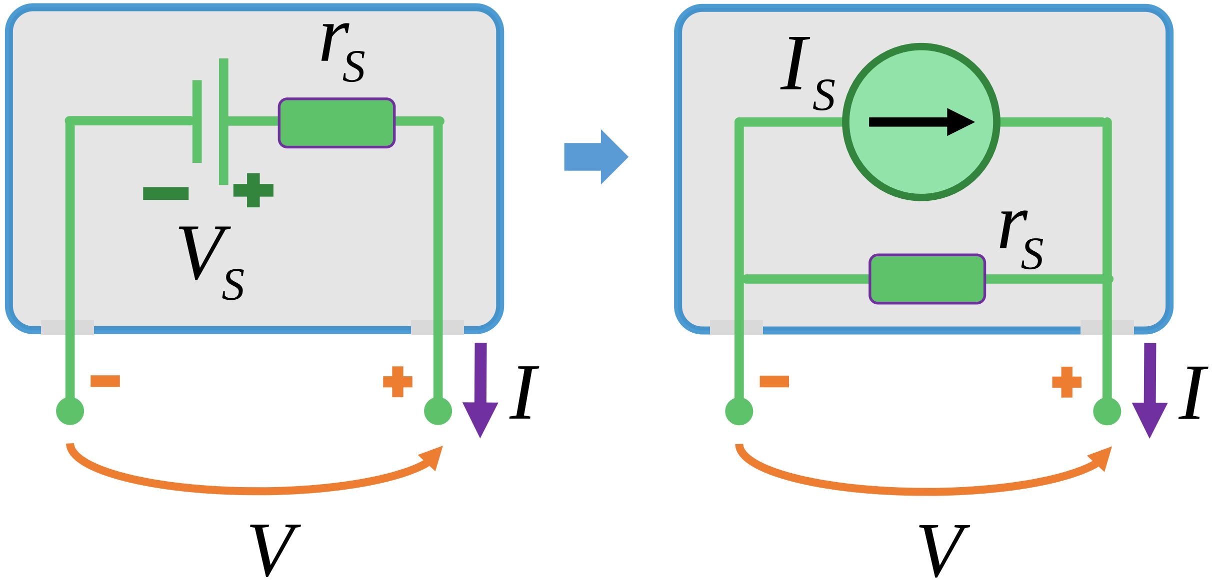
שלב ג': מציאת R_T

$$V_T = V_{OC} = \left(\frac{V_S}{R_1} - I_S\right)\left(R_1 \parallel R_2 \parallel R_3\right)$$

$$I_{SC} = I_x = \frac{V_S}{R_1} - I_S$$

$$R_T = \frac{V_{OC}}{I_{SC}} = R_1 \parallel R_2 \parallel R_3$$

ראינו שאפשר להחליף:



$$I_S = \frac{V_S}{r_S} = g_S V_S$$

שקול נורטון

כל רשת חשמלית ליניארית עם שני הדקים
אקוויולנטית למקור זרם שמחובר במקביל לנגד

התנגדות הנגד - $R_N = R_T$

הזרם של מקור הזרם - $I_N = \dfrac{V_T}{R_T} = I_{SC}$